

§ 1. 电子设备抗恶劣环境设计概论

1. 1 引言

确保电子设备在生产、运输和工作全过程所历经的各类恶劣环境中，最可靠、最充分地发挥电子设备功能的工程设计，称之为电子设备抗恶劣环境设计，也可称之为电子设备环境适应性设计。

电子设备抗恶劣环境设计是一项巨大的系统工程，它是贯穿于电子设备从研制到运行的全寿命期。其研究内容大致可分为三大类：

- 1) 电子设备全寿命期内必须历经的各类环境、环境组合及其相对应的严酷度的研究 —— 电子设备环境平台研究。可借助于广义激励 $\overline{F}(s)$ 来表征；
- 2) 电子设备在全寿命期内，能够正常工作所允许的各类环境、环境组合及其相对应的严酷度的研究 —— 电子设备环境适应性平台(脆值平台)研究。可借助于广义响应度 $\overline{Z}(s)$ 来表征；
- 3) 将电子设备“环境平台” $\overline{F}(s)$ 中各类环境的严酷度，控制到电子设备能正常工作的“环境适应性平台(脆值平台)” $\overline{Z}(s)$ 中相应的严酷度所采取的工程控制技术研究 —— 环境控制技术研究。可借助于广义传递函数 $\overline{G}(s)$ 来表征。

在用某 i 单项环境条件考核电子设备时，应满足：

$$\overline{F}_i(s) \cdot \overline{G}_i(s) \leq \overline{Z}_i(s) \quad (1.1)$$

式中， i 为单项环境的序号， $i=1,2,3,\dots$ 。

对于两项或两项以上的 j 组合环境条件 ($j \geq 2$) 的研究是非常复杂的。因为，其一是单个环境对电子设备的影响是非线性的，其二是在 j 组合环境中，各单项环境对电子设备失灵、失效机理将发生变化，各环境组合后，对设备损坏机理是非常复杂的。但其抗恶劣环境设计的要求是一样的，即必须满足：

$$\overline{F}_{ij}(s) \cdot \overline{G}_{ij}(s) \leq \overline{Z}_{ij}(s) \quad (1.2)$$

式中：

$\overline{F}_{ij}(s)$ ： 在 j 组合环境下，某 i 个单项环境的规定的的环境严酷度；

$\overline{Z}_{ij}(s)$ ： 在 j 组合环境下，电子设备正常工作允许的某 i 个单项环境的严酷度；

$\overline{G}_{ij}(s)$ ： 在 j 组合环境下，针对某 i 个单项环境采取环境控制的实际控制效果。

式 (1.1) 和式 (1.2) 的物理意义是一样的。

1. 2 电子设备环境平台研究

众所周知，产品效能 E 是可靠性 (R)、维修性 (M) 和环境因素的函数，产品性能的先进性是至关重要的，而可靠性、可维性和环境适应性是产品性能先进性得以持久保持的保证。

可靠性是指产品在规定条件下和规定时间内，完成规定功能的能力。这里所说的规定条件，包括使用时的环境条件，维护方法，贮存时间、贮存条件，以及使用时对操作人员技术等级的要求。在不同的环境条件下产品的可靠性是不同的。环境条件对产品可靠性起重要影响作用，在恶劣环境中电子设备的故障率将增大，可靠性降低。

因此，在产品研发前首先必须弄清楚电子设备工作时真实的环境 ($\overline{F}_i(s)$) 和环境组合 ($\overline{F}_{ij}(s)$) 是什么。

1) 环境平台的含义

根据国家标准 GB2422《电工电子产品基本环境试验规程 名词术语》的规定，环境条件的定义是：产品所经受其周围的物理、化学、生物的条件。环境条件用各单一的环境参数和它们的严酷等级的组合来确定。

电子设备环境平台是指电子设备在生产、贮存、运输和使用中所历经的一切外界影响因素集合，其中还包含了在外界影响因素作用下引发的诱导环境等因素。

2) 环境平台的组成

根据各类环境自身的物理、化学、生物学和人文学特点，以及它们对电子设备失效的影响机理，典型的环境平台组成如下：

- a) 气候环境 温度、湿度、气压、风、雨雪冰霜、凝露、沙尘、油雾、游离气体；
- b) 机械（力学）环境 振动、冲击、离心加速度、碰撞、跌落、摇摆、静力负荷、失重、爆炸、冲击波；
- c) 电磁及辐射环境 电场、磁场、闪电、雷击、电晕、放电、太阳辐射、核辐射、紫外线辐射、宇宙线辐射；
- d) 化学腐蚀环境 腐蚀性大气、酸、碱、盐类等；
- e) 生物学环境 霉菌、微生物、昆虫、甲壳类和啮齿类；
- f) 人文学因素 同一设备在包装、运输、维护保养、使用过程中的人为因素。

3) 环境平台研究的主要内容

a) 环境标准研究

环境标准是建立环境平台的依据。而环境标准的先进性、科学性、可操作性是制定环境标准必须考虑的问题。

没有先进环境标准，就没有高可靠的电子设备。标准是推动电子设备研制、发展的指挥棒和推动力（发动机）。各类环境标准应互相支撑、包容。各标准中的严酷度等级及环境组合的选定时，必须遵循实事求是原则。既不能任意放宽也不能无限制加严。

b) 环境试验方法和试验设备研究

环境试验方法研究是寻求最可靠的试验设备,最合理的技术途径,最恰当的试验结论评价体系,来实现环境标准规定的严酷度及试验目的。

环境试验的目的是为了提高、鉴定和证实产品对环境的适应性,为产品投产和验收提供依据。可靠性试验的目的是为了提高、鉴定和证实产品的可靠性,为产品能否投产和验收提供依据。可见,环境试验的目的不同其环境平台也不相同。高水平的环境试验设备和检测系统是确保准确地再现环境平台中各类环境条件的基本手段。

在单项环境试验时,主要考核单项参数对电子设备影响的程度,单项环境试验项目一般有20多项,且试验时间比较短,除霉菌试验(28天),湿热试验(240小时)外,一般都不超过100小时。可靠性试验中,试验时间长,而且严格要求进行综合模拟,一般应考虑湿度、振动和温度三个对可靠性起决定性作用的因素进行综合试验。

另一方面,环境试验和可靠性试验选用的环境严酷度等级(即应力)基本准则也完全不同。在环境试验中,基本上采用极值准则,即采用产品贮存、运输和工作中遇到的最极端环境试验条件,即产品在极端环境条件下不破坏或能正常工作。因此环境试验时不允许出现故障,出现故障则认为产品通不过试验并立即停止;采取相应措施消除故障才能重新进行试验。而可靠性试验则更强调模拟产品的真实使用环境,选用环境条件是随时间的动态响应谱。在可靠性试验时只有一个小部分试验等级达到最严酷的环境条件,且其时间与实际暴露时间相对应。可靠性试验是一种统计概率表示试验的结果,试验中允许选用环境因素的数目,并允许出现一定数量的故障,出现故障后进行修复并记录失效情况、划分为关联失效与非关联失效。

环境试验可以看作是可靠性试验的早期部分,在环境试验中发现问题和解决问题,有助于克服和消除产品的薄弱环节,可以说,环境试验是可靠性试验的基础和前提条件。

在电子设备研制的方案论证最初阶段而不是“木已成舟”阶段,就必须准确地,而不是大约地搞清电子设备的环境平台,我们暂且称之为“吃透源头”。

1. 3 电子设备环境适应性平台的建立方法

当前国内研制的电子装备比较重视其功能和电性能指标,可靠性研究也偏重于电性能的可靠性指标分析,而结构和环境可靠性的研究还局限于定性分析,远没有达到定量研究的程度。相应的结构技术措施甚少,以致于出厂时的可靠性试验指标虽有所提高,但装备部队使用一段时间后的可靠性明显下降,有的甚至连正常开机都有困难。究其原因,是我们在设计前并没有真正地弄清楚电子设备环境适应性平台 $\bar{Z}(s)$ 。

由于评价电子设备性能的可靠性都是以电性能指标为准的,各类环境对电性能指标的影响机理是极其复杂的,而且机电耦合的不确定性等均为环境适应性平台(脆值平台)的建立带来极大困难。

如果说电子设备的环境平台 $\bar{F}(s)$ 是几代人通过无数次理论分析与试验验证以后,才得以建立,

并以环境标准形式加以颁布。那么，随着电子产品的多样化、更新换代的快速化，环境适应性的(脆值)平台的建立，就更需要结构人员永无止境地、与时俱进地进行理论研究和试验分析才能完成。

1) 环境适应性平台(脆值)平台的组成

电子设备环境适应性平台(脆值平台) $\overline{Z}(s)$ 中包含了环境平台 $\overline{F}(s)$ 的全部内涵，其区别仅在于各环境对应的严酷度量值不相同。

2) 建立环境适应平台的研究方法

a) 经验估算法

电子设备中所包含的元器件，结构件数量繁多，并且对不同环境的适应能力也千差万别，因此在工程中，对那些比较成熟的、有类同设备的环境适应性结果可供参考时，有经验的结构设计师通常可采用经验估算法。对其环境适应性指标进行修订从而形成新设备的环境适应性(脆值)平台。

b) 理论分析法

在现有研究成果的基础上，对那些环境与电性能指标耦合关系比较清楚，并且在理论分析软件又比较成熟可靠的前提下，可通过各类 CAD、CAT 技术进行理论分析建立电子设备的环境平台。例如各类天线 CAD、振动分析、热设计，电磁兼容设计（EMC）等等。

c) 试验法

对于电子设备中某些关键的部件或模块（例如晶振和频率模块），它们对环境的影响非常敏感，经验估算和理论分析也无法真实地反映其环境适应性时，只能通过试验法来建立其脆值平台。

在工程中，通常先将某一环境 $\overline{F}_i(s)$ 量级降低，然后逐步提高直至引起电性能稍微下降，此时的试验量级即为其 $\overline{Z}_i(s)$ 。特别提出的是以“电性能稍微下降”，而不是以其电性能失灵、失效作为“脆值平台”指标。

以某产品振动环境试验为例，通过试验可确定其实际脆值平台 $\overline{Z}_i(s)$ ，（图 1.1）由曲线可见 $\overline{Z}_i(s)$ 是振动频率 f 和持续时间 t 的函数。曲面的凹陷处为该设备的危险频率点。时间 t 长，则曲面 $\overline{Z}_i(s)$ 下降，表征了随时间延长，结构疲劳将引起的电性能下降。

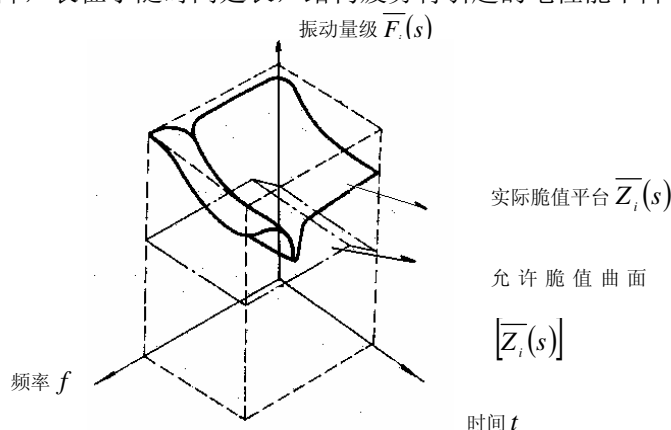


图 1.1 产品振动环境适应性(脆值)曲线

1. 4 电子设备抗恶劣环境设计概述

抗恶劣环境设计涉及的专业内容广泛。它包括了：机械学、电子学、材料学、传热学、电磁场理论、力学、电化学、人机工程学、声学、生物学、环境科学、可靠性、维修性等等众多的学科和技术范畴。如何将这些学科的理论应用于电子装备的工程设计，这是一个十分复杂的问题。其技术内容是互相渗透、贯通，而又互相制约。因此，如何通过理论研究和试验研究，探索出新的途径，解决电子装备抗恶劣环境工程设计中出现的难题，是目前一个迫切的任务。这也要求设计人员必需具备各学科的基本理论，在工程上综合运用，在总体上体现出高水平的设计。

电子设备抗恶劣环境设计的思路，无非是二个方面，其一是通过环境控制技术，将规定的环境试验严酷量级 $\overline{F}_i(s)$ 降低到电子设备能可靠、长久地工作的允许量级 $\overline{Z}_i(s)$ 以下；其二是通过加固技术使电子设备的 $\overline{Z}_i(s) \geq \overline{F}_i(s)$ 。从而使电子设备在完全没有防护措施的“刚接”条件下工作。

1) 加固技术

抗恶劣环境设计的总体原则是：

首先应立足于加固设计，只有提高设备自身抗恶劣环境能力（即选用抗腐蚀材料，经应力筛选后的元器件、结构件和各级模块组合等），才能保证电子设备的高可靠性。

然而，加固设计不是在任何情况下都是经济可靠的。因此，对设备进行适当加固，同时采取隔离防护技术，是经济可行的方法。在设备研制和批量生产过程中应健全设备防护设计的组织机构和制度来保证，组织和监控设计和制造质量。

那种在电性能方面不作任何加固，完全依赖环境防护的思想是万万要不得、行不通的。

2) 环境控制技术

环境控制技术是建立在对电子设备工作环境平台 $\overline{F}_{ij}(s)$ 和环境适应性平台 $\overline{Z}_{ji}(s)$ 深入研究基础上的。对于那些 $\overline{Z}_{ji}(s) \geq \overline{F}_{ij}(s)$ 的环境项目是没有必要进行环境控制的。当针对 $\overline{Z}_{ji}(s) < \overline{F}_{ij}(s)$ 的某些关键环境项进行控制时，其同一环境项目的环境严酷度差值 $\overline{F}_{ij}(s) - \overline{Z}_{ji}(s)$ ，就是环境控制的“度”。干任何事情不知“度”是很困难的。因此，在电子设备抗恶劣环境设计时，都必须对它的任何结构、模块组合等都必须建立适合各自特点的防护体系和防护技术。例如，天线与天线座的连接部分通常是天线结构的高应力区，为此，应从选用抗腐材料、通过优化技术将高应力点的最大应力降低到引起应力腐蚀的限值以下、采取热处理等改善材料组织结构和应力状态的措施，同时，还应考虑连接件与天线材料的相互间电极电位匹配和表面防护层等问题。

主要防护技术措施有：

a. 材料防护

选用耐腐蚀金属材料，用高强度高性能的非金属材料替代金属材料，研制新型的耐腐蚀材料等。

b. 结构防护

从结构设计领域采取防护措施,通常包括热设计、隔振缓冲设计和加固技术、电磁兼容设计、三防(防潮、防霉、防盐雾)设计以及密封设计等。

c. 工艺防护

例如材料、零部件、制品的表面涂镀工艺处理、绝缘、灌封处理、防潮、防霉、防盐雾处理、去应力处理等产品的制造工艺是提高产品抗恶劣环境能力的重要手段。

3) 电子设备模块化抗恶劣环境设计

"模块化设计"已成为电子装备总体设计的基本思路。模块化设计是提高装备可靠性和维修性的主要方法,也是抗恶劣环境设计的基础。因此,必须建立模块化结构体系和环境防护设计体系。首先,应从印制板组件、插件模块、盒式插件模块、插箱模块等一些典型通用模块的设计开始,到专用模块,如冷却模块、隔振模块等模块的设计,形成一个体系。解决好这些模块的密封、散热、屏蔽、抗振设计,提高模块的抗恶劣环境的能力,从而提高整机对恶劣环境的适应性。采用通过模块化抗恶劣环境设计的通用模块和专用模块构成系统的模块,可满足电子装备整机多功能、高可靠性、抗恶劣环境的要求。

在设备抗恶劣环境设计中,必须首先弄清环境条件的“度”,没有“度”的设计要求是无理要求,反之,不能满足“度”要求的设计不可能是合理设计;

电子设备中抗恶劣环境的模块化单元是整机抗恶劣环境能力的基本保证,抗恶劣环境设计必须从模块单元开始。

在电子设备设计的方案阶段必须建立抗恶劣环境设计体系,并建立优势防护体系;

电子设备抗恶劣环境设计是一个巨大的系统工程,它需要多学科协同努力。

§ 2. 电子设备振动理论基础

振动系统按其力学模型特点分为离散系统和连续系统。离散系统具有有限个自由度，连续系统具有无限个自由度。振动系统的自由度定义为完全描述其运动状态所需的独立坐标的个数。单自由度线性振动系统是离散振动系统最简单的一种。尽管将复杂系统简化为最简单的数学模型来分析具有较大的近似性，但是对单自由度系统深入研究不仅可以建立振动理论分析的基本概念，而且也为研究线性多自由度振动系统和连续系统打下了基础。在求解大多数线性多自由度系统振动特性时，我们往往可通过模态分析技术将它们简化为一组互不相关的二阶线性微分方程，并且其中每一个方程均类似于单自由度系统的方程。

系统对仅受初始激励的响应称为自由振动；系统受连续振动激励而对外部作用力的响应称为强迫振动，系统受到瞬态激励，其力、位置、速度或加速度响应发生突然变化的现象称为冲击。

2.1 单自由度系统振动

2.1.1 离散振动系统的力学模型

任何一个离散振动系统均由三个基本部分组成：振动位移与弹性恢复力相联系的弹性元件(k)、振动速度与阻尼力相联系的阻尼元件(c)和振动加速度与惯性力相联系的质量(m)。安装在线性隔振器上的电子设备(图2.1所示)，如仅讨论设备垂向振动特性时，便可以将它简化为(图2.2所示)的力学模型。设备的总质量 m 和隔振器弹簧刚度 k 、阻尼 c 便分别构成图2.2所示的由一个质量 m 、一个线性阻尼元件 c 和一个线性弹簧 k 组成的单自由度系统。

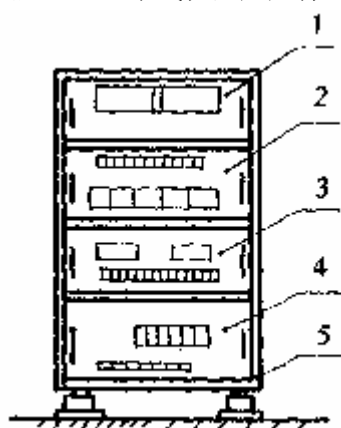


图 2.1 安装在线性隔振器上的电子设备

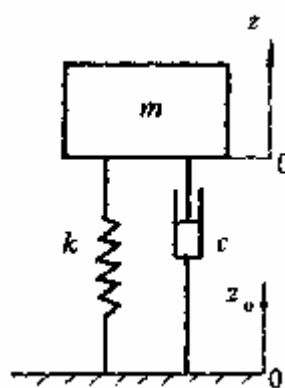


图 2.2 电子设备的力学模型

如需进一步讨论设备中各个插箱(1, 2, 3, 4)和机架(5)各自的振动特性，便成为图 2.3 所示的离散多自由度系统。由于该系统具有 5 个质量，并需要 5 个独立座标才能确定它们的振动状

态, 故它们是五自由度线性系统。

2. 1. 2 单自由度系统的自由振动

单自由度系统在初始位移或初始速度激励下的振动称为自由振动. 如将图2. 2中的阻尼 c 略去, 便构成了无阻尼单自由度系统(如图2. 4a所示)。

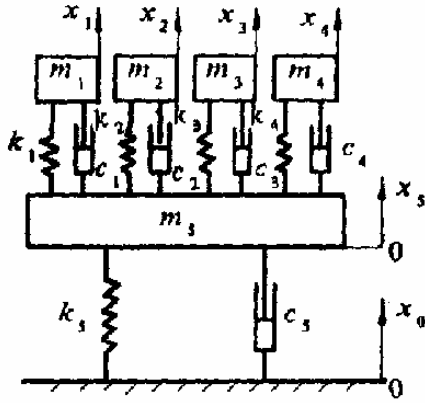


图 2.3 五自由度系统

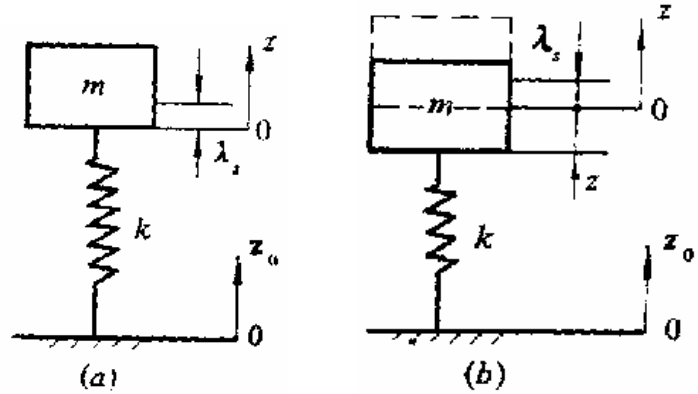


图 2.4 无阻尼单自由度系统

1) 无阻尼单自由度系统的自由振动

a) 运动微分方程

线性弹簧 k 加上质量 m 自原始位置被重力压缩 λ_s 后, 处于静平衡位置, 此时 $mg = k\lambda_s$ 。取该位置为坐标原点 O (图2. 4a), 若使质量 m 有一向下的位移 z (图2. 4b), 则由牛顿第二定律得

$$m\ddot{z} = -k(z + \lambda_s) + mg \quad (2.1)$$

将静平衡位置时的 $mg = k\lambda_s$ 关系式代入上式, 得振动微分方程如下:

$$m\ddot{z} + kz = 0$$

令 $k/m = \omega_n^2$, 则上式可写为讨论单位质量运动状态的归一化方程:

$$\ddot{z} + \omega_n^2 z = 0 \quad (2.2)$$

式中 ω_n —— 系统固有振动角频率 (rad/s)。

系统振动频率 $f_n = \omega_n / 2\pi (Hz)$, 系统振动周期 $T = 1/f_n = 2\pi / \omega_n (s)$ 。

b) 运动微分方程式通解

设通解为

$$z = A \cos(\omega_n t) + \varphi \quad (2.3a)$$

式中 A 是响应振幅; φ 是相位角。 A 和 φ 由初始位移和初始速度确定:

$$A = \sqrt{z_0^2 + (\dot{z}_0 / \omega_n)^2}$$

$$\tan \varphi = \omega_n z_0 / \dot{z}_0 \quad (2.3b)$$

2) 有阻尼单自由度系统的自由振动

系统的阻尼一般可分为结构阻尼、粘性阻尼、干摩擦阻尼和电磁阻尼等几类。本节主要讨论存在粘性阻尼时的振动情况。

a) 粘性阻尼系统

粘性阻尼振动系统如图2.2所示,其振动微分方程为

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = 0 \quad (2.4)$$

式中, c —— 阻尼系数 ($N \cdot s / m$)。定义为系统 (设备) 有单位速度变化量时 (m / s) 所受到的阻力 (N)。

令 $z = e^{bt}$, $\dot{z} = be^{bt}$, $\ddot{z} = b^2 e^{bt}$ 。代入式(2-4)中有特征方程

$$b^2 + \frac{c}{m}b + k/m = 0 \quad (2.5)$$

令 $\alpha = \frac{c}{2m}$ (阻尼系数), $\omega_n^2 = k/m$, 则式2.4a可改写为

$$b^2 + 2\alpha b + \omega_n^2 = 0 \quad (2.6)$$

其根为 $b_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_n^2}$

则有 $z = c_1 e^{b_1 t} + c_2 e^{b_2 t} \quad (2.7)$

讨论:

① 小阻尼情况 ($\alpha < \omega_n$)

$$z = c_1 e^{\left(-\alpha + i\sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2}\right)t} + c_2 e^{\left(-\alpha - i\sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2}\right)t} \quad (2.8)$$

c_1 和 c_2 由初始条件 $t=0$ 时, $z|_{t=0} = z_0$ 和 $\dot{z}|_{t=0} = \dot{z}_0$ 确定。整理后有

$$z = Be^{-\alpha t} \cos(\omega_d t + \varphi) \quad (2.9a)$$

式中 $B = \sqrt{z_0^2 + (\dot{z}_0 / \omega_d)^2}$

$$\tan \varphi = z_0 \sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2} / (\dot{z}_0 + \alpha z_0) \quad (2.9b)$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2}$$

小阻尼系统的振动 (如图 2.5 所示) 具有下列二个特点:

(a) 振动频率 ω_d 减小, 似周期 T_d 略有增大。

$$T_d = 2\pi / \omega_d = 2\pi / \omega_0 \sqrt{1 - D^2} = T_0 / \sqrt{1 - D^2} \quad (2.10)$$

(b) 振幅按指数衰减, 其表示式为

$$B_1 = Be^{-\alpha t_1} \quad B_2 = Be^{-\alpha(t_d + t_1)}$$

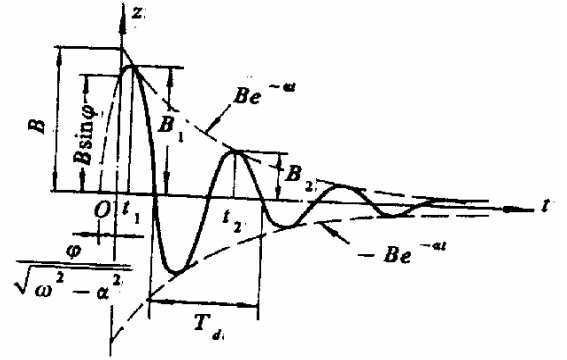


图 2.5 小阻尼系统振动特点

相邻振幅比 δ 为
$$\delta = \frac{B_1}{B_2} = e^{\alpha T_d} \quad (2.11a)$$

对数减幅系数 ρ 为
$$\rho = \ln \delta = \alpha T_d \quad (2.11b)$$

因此有
$$\alpha = \frac{\rho}{T_d} \quad (2.11c)$$

且 ω_n 为

$$\omega_n = \frac{\sqrt{4\pi^2 + \rho^2}}{T_d} \text{ (rad / s)} \quad (2.12)$$

当系统质量为 m 时, 则可由 (2.11) 和 (2.12) 两式求得系统的刚度 k , 阻力系数 c 和阻尼比 D

$$k = \frac{m(4\pi^2 + \rho^2)}{T_d^2} \quad (\text{N / m})$$

$$c = 2m\rho / T_d \quad (\text{N} \cdot \text{s} / \text{m})$$

$$D = \alpha / \omega_n = \rho / \sqrt{4\pi^2 + \rho^2}$$

② 大阻尼情况 ($\alpha > \omega_n$)

当 $\alpha > \omega_n$ 时, 特征方程 (2.6) 有两个不相等的实根。此时的系统不再振动, 其通解为

$$z = Be^{-\alpha t} \text{sh}(\sqrt{\alpha^2 - \omega_n^2} t + \varphi) \quad (2.13)$$

式中
$$B = \sqrt{z_0^2 + \frac{\dot{z}_0^2}{\alpha^2 - \omega_n^2}} \quad \varphi = \text{arcth} \frac{z_0 - \sqrt{\alpha^2 - \omega_n^2}}{\dot{z}_0} \quad (\text{度})$$

③ 临界阻尼情况 ($\alpha = \omega_0$)

当 $\alpha = \omega_0$ 时, 特征方程有二个相等的实根, 即 $b_{1,2} = -\alpha$ 。此时系统也不会振动。其通解为

$$z = e^{-\alpha t} (c_1 + c_2 t)$$

由初始条件可确定 $c_1 = z_0, c_2 = (\dot{z}_0 + \alpha z_0)$ 。故有

$$z = e^{-\alpha t} [z_0 + (\dot{z}_0 + \alpha z_0) t] \quad (2.14)$$

本书中阻尼符号及定义归纳如下:

阻力系数 c 牛顿 · 秒 / 米 ($\text{N} \cdot \text{s} / \text{m}$)

阻尼系数 $\alpha = c / 2m$ 弧度 / 秒 (rad / s)

阻尼比 $D = \alpha / \omega_0$ 无量纲

临界阻力系数 $c_c = 2\sqrt{km}$ ($\text{N} \cdot \text{s} / \text{m}$)

2. 1. 3 单自由度系统的强迫振动

本节主要讨论单自由度系统受谐和周期激励和一般周期激励的强迫振动。单自由度系统直

接受谐和激励力作用其力学模型如图2.6所示。

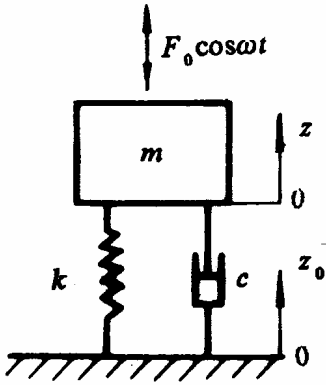


图2.6 单自由度强迫振动

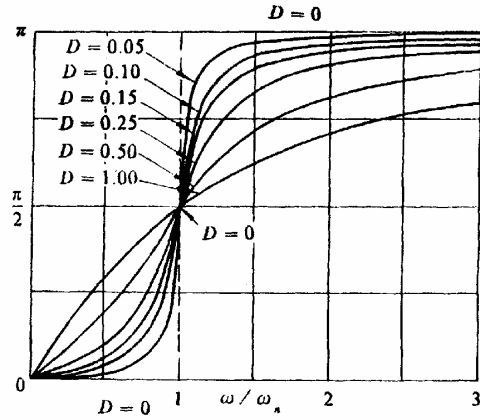


图2.7 $\theta - \gamma$ 曲线

图2.6系统的运动微分方程为

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = F_0 \cos \omega t \quad (2.15)$$

令 $F_0 = kA_s$, A_s 称为当量静变形, 则式(2.15)的归一化方程为

$$\ddot{z} + 2D\omega_n \dot{z} + \omega_n^2 z = \omega_n^2 A_s \cos \omega t \quad (2.16)$$

上式的通解为

$$z = A_1 e^{-\omega_n D t} \cos(\omega_n \sqrt{1-D^2} t + \varphi) + A \cos(\omega t - \theta)$$

包含 z_1 的振动状态称为强迫振动的瞬态过程。在时间 t 足够长后, z_1 衰减为零, 系统进入强迫振动的稳态过程。此时, 剩下的 z_2 便是强迫振动的稳态解 z , 故有

$$z = z_2 = A \cos(\omega t - \theta) \quad (2.17)$$

式中: 复振幅 $A = \frac{A_s}{1-r^2 + j2Dr}$, 其模 $|A|$

$$|A| = \frac{A_s}{(1-r^2)^2 + 4D^2 r^2} \quad (2.18a)$$

复相位角 $\theta = \arctg \frac{j2Dr}{1-r^2}$, 其模 $|\theta|$ 由下式给出:

$$|\theta| = \arctg \frac{2Dr}{1-r^2} \quad (2.18b)$$

式中 阻尼比 $D = c / \sqrt{2km}$ 频率比 $r = f / f_n$

它们具有相同的表达形式。 $\theta - r$ 曲线如图2.7 所示。

由图2.7可见, 不论 D 为何值, 在 $\omega = \omega_n$ (即 $r = 1$) 时, 均有相位角 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 存在。这便是利用相位计

测量系统固有频率 ω_n 的理论依据。显然在测得了 ω_n 、 ω 和 θ 后, 也可以计算系统的阻尼比 D :

$$D = \frac{1-r^2}{2r} \tg \theta \quad (2.19)$$

因此，相位法也是系统参数识别的基本方法之一。

2. 1. 4 设备受基础位移激励的振动隔离 —— 被动隔振

当电子设备在运载工具上工作时，可将运载工具自身的振动视为对设备的基础激励（图2.8a）。

质量 m 上受力状况见图2.8b)所示。图中

$$\begin{cases} z_0 = A_0 e^{j\omega t} \\ \dot{z}_0 = j\omega A_0 e^{j\omega t} \\ \ddot{z}_0 = -\omega^2 A_0 e^{j\omega t} \end{cases}$$

1) 运动微分方程及其响应运动微分方程:

$$m\ddot{z} + c(\dot{z} - \dot{z}_0) + k(z - z_0) = 0 \quad (2.20a)$$

响应的解为:

$$z = \text{Re} \left[\frac{\omega_n^2 + j2D\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2D\omega_n\omega} A_0 e^{j\omega t} \right] \quad (2.20b)$$

2) 复频特性是 $H(\omega)$ 、动力放大因子 λ 和传递函数 $\bar{G}(\omega)$

a) 在复数坐标系内，当量静变形 A_s 与激励振幅 A_0 之比称为复频特性 $H(\omega)$ ，

$$H(\omega) = \frac{A_s}{A_0} = \frac{1}{1 - r^2 + j2Dr} \quad (2.21)$$

b) 动力放大因子 λ 是 $H(\omega)$ 的模

$$\lambda = |H(\omega)| = \frac{1}{1 - r^2 + 4D^2 r^2} \quad (2.22)$$

由式2.22可获得图2.9曲线。

由图2.9可见，在 $r \leq 0.5$ 时， λ 接近 1，且

与阻尼比 D 关系不大。 $r = f / f_n \leq 0.5$ ，

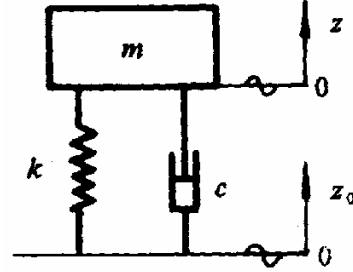
即 $f_n \geq 2f$ 。当固有频率 f_n 大于扫频激励上限频率 f 2倍 ($f_n \geq 2f$) 时，系统接近为刚体，这就是著名的二倍频规则。在传力杆件和结构设计中应尽量满足二倍频规则。

c) 传递函数 $\bar{G}(s)$

传递函数 $\bar{G}(s)$ 定义为响应 $x(t)$ 和激励 $F(t)$ 的单边拉普拉斯变换之比:

$$\bar{G}(s) = \frac{\bar{X}(s)}{\bar{F}(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (2.23a)$$

若令 $s = j\omega$ 并将式 (2.23a) 两边乘以 k 有



(a)

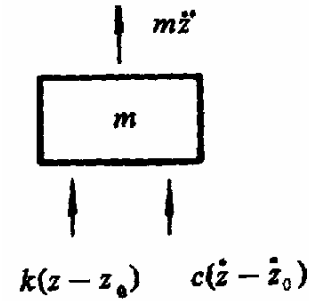


图2.8 基础激励力学模型

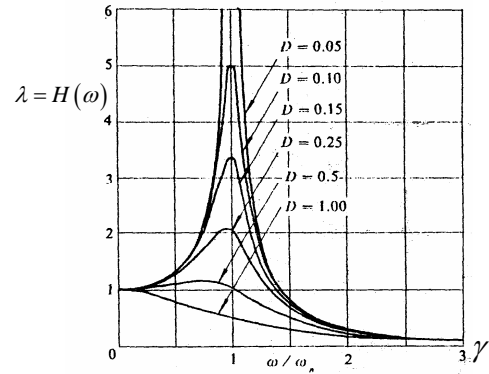


图2.9 动力放大因子 $\lambda - \gamma$

$$\begin{aligned}
 k\bar{G}(\omega) &= \frac{k}{ms^2 + cs + k} \\
 &= \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + j2D\frac{\omega}{\omega_n}} = H(\omega)
 \end{aligned} \quad (2.23b)$$

简化后有

$$\bar{G}(s) = \frac{1}{k} H(\omega) \quad (2.23c)$$

由式(2.23c)可知,当系统的 k, m, c 确定后,其复频特性 $H(\omega)$ 和传递函数均视为已知。

3) 隔振传递率曲线, 振动传递率 η_v

$$\eta_v = \frac{|A|}{A_0} = \sqrt{\frac{1 + 4D^2 r^2}{(1 - r^2)^2 + 4D^2 r^2}} \quad (2.24a)$$

由式(2.24)可画出 $\eta_v - r$ 曲线图(图2.10)。

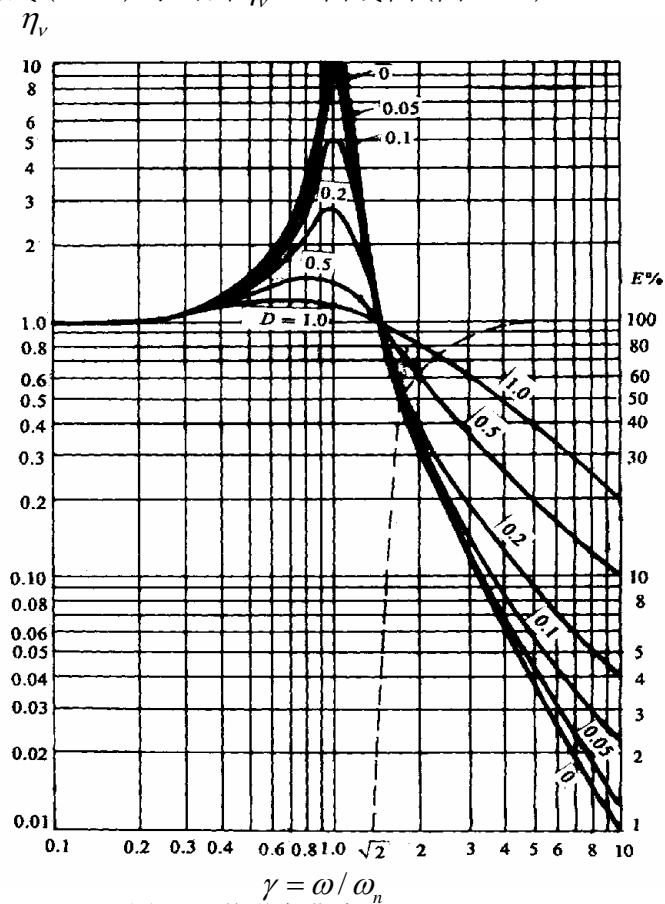
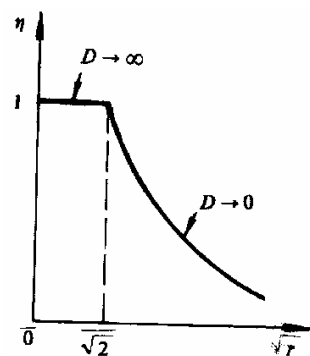


图2.10 传递率曲线



如图2.11 理想传递率曲线

讨论:

- ① 不论 D 为何值, $\eta_v - r$ 曲线具有 $\eta_v \equiv 1$ 的二个频率点($r=0$ 和 $r=\sqrt{2}$)。
- ② 在 $0 < r < \sqrt{2}$ 时, $\eta \geq 1$, 称为放大区; 在 $r > \sqrt{2}$ 时, $\eta_v < 1$, 称为隔振区。

③ 在 $0.8 < r < 1.1$ 时, 称为共振区。在此区间, 阻尼比 D 增大对抑制共振有益。 D 趋向于无穷大时, 在 $0 < r < \sqrt{2}$ 区间必有 $\eta_v \equiv 1$ 。

④ 在 $r > \sqrt{2}$ 后, 阻尼比 D 增大, 对隔振效果有害。这是因为通过阻尼器传递的阻力增大所造成。因此在隔振区当 $D=0$ 时, 有最小传递率 η_{\min} 。

4) 理想的隔振传递率

通过上述讨论, 不难规定隔振系统理想隔振传递率 η_v 的阻尼特性和弹性特性。

① 隔振器刚度应尽可能低, 从而可以在较低的频率点进入隔振区。

② 隔振器应具有变阻尼特性, 在 $0 < r < \sqrt{2}$ 区间, $D \rightarrow \infty$, 使 $\eta \equiv 1$; 而当 $r \geq \sqrt{2}$ 进入隔振区后, 应使 $D \rightarrow 0$, 从而向 η_{\min} 逼近。

理想传递率曲线如图 2.11 所示, 在这种情况下, 通带中没有共振放大现象出现, 其传递率 $\eta \leq 1$ 。具有这种特性的传递率曲线称为“无谐振峰传递率曲线”, 具有这种传递率特性的隔振器称为“无谐振峰隔振器”。国家军用标准 GJB510-88《无谐振峰隔振器总规范》规定了该类隔振器的参数、特性和试验方法。

2. 1. 5 主动隔振

用隔振元件将振源(设备)与基础隔离, 以减少或避免振源振动对基础或其附近设备的有害影响, 称之为主动隔振。

5. 主动隔振传递率为:

$$\eta_v = \frac{|F_r|}{F_0} = \sqrt{\frac{1 + 4D^2 r^2}{(1 - r^2)^2 + 4D^2 r^2}} \quad (2.24b)$$

上式与式 2.24a 完全相同, 但物理意义是有区别的。式 (2.24a) 表示的是振幅比 (A/A_0), 而式 2.24b 表示的是力幅比 (F_r/F_0), 但它们具有相同的表达式。

【例】某机载电子设备, 质量为 4kg, 质心在底部平面上的投影与底部几何形心重合。该设备的允许垂向响应加速度为 $[\ddot{z}] = 2g$, 设备垂向自由位移量 $[z] = 5\text{mm}$ 。现需对该设备进行正弦扫频试验, 在 5~35Hz 频带内有等位移激励 $z_0 = 1\text{mm}$, 在 35~200Hz 频带内有等加速度激励 $z_0 = 5g$ 。试为该设备设计一满足要求的隔振系统。

解 由于隔振器的种类繁多, 为了有目的地选取隔振器, 首先必须确定隔振系统对隔振器的加载质量 m_1 (现有标准中称为公称载荷)、动刚度 K_d 、固有频率 f_n 和阻尼比 $c/c_c(D)$ 的要求 (即满足隔振系统设计要求的参数取值范围), 然后在众多的隔振器品种中选取合适的规格。通常, 其设计步骤如下:

1. 取双对数座标。以加速度为纵座标, 激励频率 f_p 为横座标, 将激励条件和允许的响应值画于图 2.12 中。图中 EFG 表示激励条件; DH 设备与支架之间 Z 向允许变形差 $[z] = 5\text{mm}$ 表示, oc $[\ddot{z}] = 2g$ 表示许用设备响应值。

由图 2.12 可知, 在 A 点 (f_A) 有 $[\ddot{z}] = [z](2\pi f_A)^2$ 。在激励频率, $f_p < f_A$ 时, 尽管

设备的加速度响应为 $[\ddot{z}]=2g$ ，但其位移响应受 $[z]=5\text{mm}$ 的限制。反之当 $f_p < f_A$ 时，设备的响应受 $[\ddot{z}]=2g$ 的限制。因此，在引入隔振器并将其与设备组成隔振系统后，应确保设备在5~2000Hz间的任何激励频率点的响应，也就是环境适应性平台 $\bar{Z}(s)$ 均位于DAC折线的右下方。

2. 确定每个隔振器的加载质量 m_i

当设备质量为 m ，并选用 n 个隔振器时，只要质心与安装基面几何形心重合，即可认为每个隔振器的加载质量为： $m_i = \frac{m}{n}$ (kg)

一般均采用四只隔振器安装于底部四角。故本例题有 $m_i = \frac{m}{4} = \frac{4}{4} = 1\text{kg}$

即隔振器的公称载荷 $P_z = 9.8\text{N}$ 。

3. 确定固有频率 f_n 和阻尼比 D 的取值范围

图2.12中BFG折线的激励条件已超过设备许用值，故B点为传递率 $\eta=1$ 、 $f_B = \sqrt{2}f_n$ 的临界点。 $f_p > f_B$ 时应进入隔振区，由此条件可确定隔振系统最大固有频率值

$$f_{n\max} = \frac{\sqrt{2}}{2} f_B$$

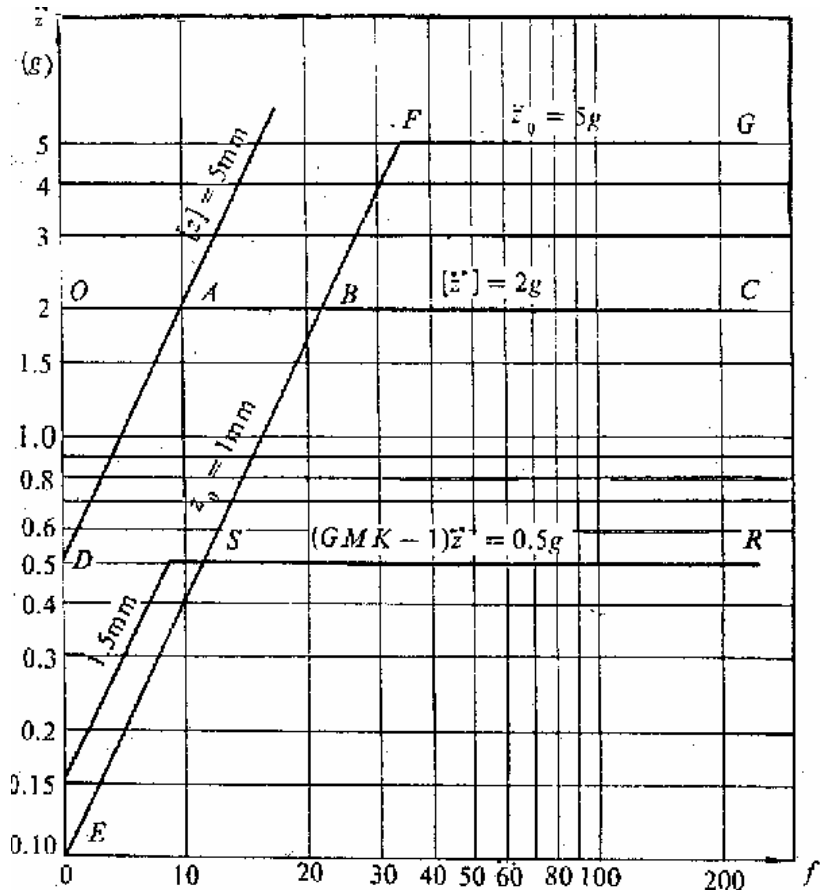


图2.12 隔振参数选择图

因为 $f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{[\ddot{z}]}{z_0}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 \times 9800}{1}} = 22.28\text{Hz}$

$$\text{所以 } f_{n\max} = \frac{\sqrt{2}}{2} f_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 22.28 = 15.76\text{Hz}$$

此时，隔振系统容许的传递率 $[\eta]$ 为

$$[\eta] \leq \frac{[\ddot{z}]}{z_0 (2\pi f_{n\max})^2} = \frac{2 \times 9800}{1 \times (2\pi \times 15.76)^2} = 2$$

满足 $[\eta] \leq 2$ 时，其阻尼比 $D \geq 0.25$ 。由于大阻尼会影响隔振效果，故可在 $f_n \leq f_{n\max}$ 取值，此时 $[\eta]=5$ ， $D \geq 0.1$ ，可在隔振区获得较好的隔振效果。因此可确定单只隔振器参数的选值范围为

$$m_1 \geq 1\text{kg} \quad (\text{即 } P_z \geq 9.8\text{N})$$

$$f_n \leq 10\text{Hz}$$

$$D \geq 0.1$$

2.1.6 系统对非谐和周期激励力的响应

工作在运载工具上的电子设备，除受谐和激励力作用外，还常受到非谐和周期力的作用。例如，在火车匀速行驶的时候，在铁轨的接缝处会产生脉冲激励力。由于轨长是标准的，故可认为它是一种周期脉冲激励。此外，当坦克、歼击机、舰艇等运载工具的火炮系统连续发射时，也会产生非谐和周期脉冲激励力（图2.13）。



图2.13 非谐和周期激励

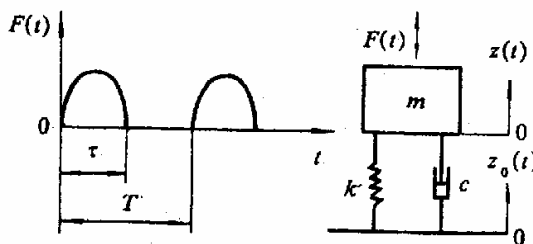


图2.14 设备碰撞试验力学模型

国家标准GB2423.6《电工电子产品基本环境试验规程试验E_b：碰撞试验》和GB2424.4《电工电子产品基本环境试验规程：碰撞试验导则》中规定的碰撞试验，就是模拟此类重复脉冲激励力而制定的。

当激励 $F(t)$ 是一个广义周期激励时，系统力学模型如图(2.14所示)。

由于线性系统在合力作用下的响应与各分力对系统作用的响应和等价。这便是著名的线性系统叠加原理。当系统受非谐和周期激励时，先采用富氏级数将激励分解为各谐波分量激励之和，在求出系统受各谐波分量激励的响应后，再应用叠加原理求其总响应。

2.2 多自由度系统的振动

上一节介绍了将电子设备简化为单自由度系统分析时的振动特点及其隔振技术。为了进一步提高分析精度，有时需要把电子设备离散为多自由度系统进行分析。计算机技术的发展为提高离散多自由度系统的分析精度和分析速度提供了可能。

本章主要讨论多自由度系统的振动分析及其应用问题。

由于二个自由度系统是多自由度系统中最简单的形式，因此，本章中许多基本概念将先在两自由度系统的讨论中建立，进而推广到其它多自由度系统中去。

固有频率和主振型

线性多自由度系统的固有频率是由组成该系统的质量 m 和刚度 k 所确定的。当系统中所有的质量 m 都以从小到大排列的固有频率中的某一个固有频率 ω_{nk} 同步振动时，则称这种同步振动方式为主振型（或主振动）。

2.2.1 运动微分方程

具有两个离散质量—弹簧的系统受外界激励力作用的力学模型如图 2.15 所示。根据受力图（略），对每一质量应用牛顿第二定律，得下列二个方程：

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 \\ = c_1 \dot{x}_0 + k_1 x_0 = f_1(t) \end{cases} \quad (2.25a)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - c_2 \dot{x}_1 - k_2 x_1 = 0 \quad (2.25b)$$

若 m_1 上有外激励力 $f_1'(t)$ ，则式中 $f_1(t) = f_1'(t) + c_1 \dot{x}_0 + k_1 x_0$

尽管建立上述微分方程比较方便，但确立各力的正负号往往易出差错，从而影响计算结果的准确性。现介绍一种建立“一般运动微分方程”的规则，可直接由力学模型图写出其运动微分方程组，而不必再将其各个质量分解成隔离体。该规则规定：以指定质量的座标为变量的所有力均为正号。也即与讨论的某质量 m_i 的坐标 x_i 相连的一切刚度 k_i 和阻力系数 c_i 均为正值；反之则为负值。对于图 2.15 二自由度系数质量 m_1 的坐标为 x_1 ，则运动微分方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - c_1 \dot{x}_0 - k_1 x_0 - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - c_2 \dot{x}_1 - k_2 x_1 = 0 \end{cases}$$

可见图 2.16 所示的四自由度系统，我们可以用“一般运动微分方程规划”直接写出其运动微分方程：

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_3 + k_5)x_1 - k_1 x_0 - k_5 x_2 - k_3 x_3 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + (k_2 + k_4 + k_5)x_2 - k_2 x_0 - k_5 x_1 - k_4 x_4 = 0 \\ m_3 \ddot{x}_3 + (k_3 + k_6)x_3 - k_3 x_1 - k_6 x_4 = 0 \\ m_4 \ddot{x}_4 + (k_4 + k_6)x_4 - k_4 x_2 - k_6 x_3 = 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

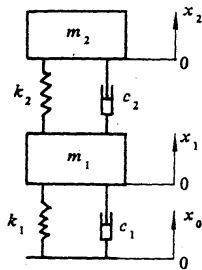


图 2.15 两自由度系统

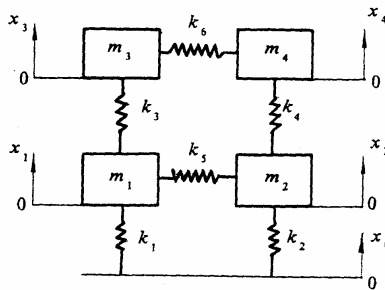


图 2.16 四自由度系统

对于 n 阶离散质量系统要写 n 个微分方程，所需篇幅很大。故在多自由度系统讨论时，常采用线性系统的矩阵表达式：

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad (2.27)$$

式中 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵，它们都是方阵。当离散质量数为 n 时，它们都是 $n \times n$ 阶方阵。 $\{\ddot{x}\}$ 、 $\{\dot{x}\}$ 、 $\{x\}$ 、 $\{F(t)\}$ 分别为加速度、速度、位移和外激励力矩阵，它们是 n 阶列阵。矩阵各元素由运动微分方程中获得。当然，在读者熟练地掌握了“一般运动方程规则”和“矩阵方法”之后，也可以直接写出来。

2.2.2 固有频率

通过对多自由度线性无阻尼系统的自由振动状况的观察，确实存在着组成系统的所有质量都按某些频率同步振动的现象，这些同步振动频率由组成系统的刚度和质量确定，就象单自由度系统的固有频率 $\omega_n = \sqrt{k/m}$ 一样。我们称这些同步振动频率为多自由度系统的固有频率。 n 个离散质量有 n 个固有频率 $\omega_{n1} \sim \omega_{nm}$ 可由无阻尼多自由度系统的自由振动来求得。当 $[C]$ 和 $\{F(t)\}$ 均为零时，式 (2.27) 便成为无阻尼自由振动方程：

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (2.28)$$

$$\text{将式 (2.28) 展开可以得到一个 } \omega_n^{2n} + \alpha_1 \omega_n^{2(n-1)} + \alpha_2 \omega_n^{2(n-2)} + \cdots + \alpha_{n-1} \omega_n^2 + \alpha_n = 0 \quad (2.29)$$

求解上述方程后，可以得到 n 自由度系统的 n 个 ω_n^2 的正实根（这里不讨论重根和零根问题），并称这 n 个根为方程式 (2.28) 的 n 个特性值。固有频率值 ω_n 取 $\sqrt{\omega_n^2}$ 的正根，并按频率值大小，其 n 个固有频率是下式的 n 个正实根。

自最低频到高频顺序排序：

$$\omega_{n1} < \omega_{n2} < \omega_{n3} \cdots < \omega_{nm} \quad (2.30)$$

双下标中的 1, 2, 3, ..., n 表示固有频率 ω_n 的阶数。一阶固有频率一般称为基频，其余依顺序称为二阶固有频率，..., n 阶固有频率。

2.2.3 主振型

当系统以 r 阶（如 2 阶）固有频率 (ω_{nr}) 作同步谐振动时，则称其为 r 阶主振动。现仍以无阻尼二自由度系统的自由振动为例进行讨论。

当系统以 ω_{n1} 或 ω_{n2} （现在以 ω_{nr} 为代表）作主振动时，有

$$\begin{bmatrix} k_{11} - m_{11}\omega_{nr}^2 & k_{12} - m_{12}\omega_{nr}^2 \\ k_{21} - m_{21}\omega_{nr}^2 & k_{22} - m_{22}\omega_{nr}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1^{(r)} \\ A_2^{(r)} \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.31)$$

式中， $A_1^{(r)}$ 和 $A_2^{(r)}$ 分别表示以 r 阶固有频率 ω_{nr} 作谐振动时， m_1 和 m_2 的振幅值。

将上式展开，有

$$(k_{11} - m_{11}\omega_{nr}^2)A_1^{(r)} + (k_{12} - m_{12}\omega_{nr}^2)A_2^{(r)} = 0$$

$$(k_{21} - m_{21}\omega_{nr}^2)A_1^{(r)} + (k_{22} - m_{22}\omega_{nr}^2)A_2^{(r)} = 0$$

令振幅比为 β_r ，则

$$\beta_r = \frac{A_2^{(r)}}{A_1^{(r)}} = \frac{k_{11} - m_{11}\omega_{nr}^2}{k_{12} - m_{12}\omega_{nr}^2} = \frac{k_{21} - m_{21}\omega_{nr}^2}{k_{22} - m_{22}\omega_{nr}^2} \quad (2-32)$$

设图 2.15 中, $m_1 = 5m, m_2 = m, k_1 = 4k, k_2 = k$ 为例, 将计算得到的固有频率及数据代入式 (2-32) 有

$$\begin{cases} \text{当 } r=1, \beta_1 = \frac{k_1 + k_2 - m_1\omega_{n1}^2}{k_2} = \frac{k_2}{k_2 - m_2\omega_{n1}^2} = \frac{A_2^{(1)}}{A_1^{(1)}} \\ \text{当 } r=2, \beta_2 = \frac{k_1 + k_2 - m_1\omega_{n2}^2}{k_2} = \frac{k_2}{k_2 - m_2\omega_{n2}^2} = \frac{A_2^{(2)}}{A_1^{(2)}} \end{cases} \quad (2-33)$$

将数据代入上式, 有

$$\beta_1 = \frac{k}{k - m \cdot \frac{k}{m} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)} = 0.23607 \quad (a)$$

$$\beta_2 = \frac{k}{k - m \cdot \frac{k}{m} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)} = -0.23607 \quad (b)$$

上式中, $\beta_1 > 0$, 表示两质量以 ω_{n1} 同步振动时相位相同; $\beta_2 < 0$, 表示 ω_{n2} 同步振动时, 两者相位相反。

以 0-0 线表示该系统处于静平衡位置时的中线, 则该系统各点在以 ω_{n1} 和 ω_{n2} 作主振动时, 振动状态可由图 2.17 给出。

若 $A_1^{(1)} = 1$, 则 $A_2^{(1)} = \sqrt{5}$, $A_1^{(2)} = 1, A_2^{(2)} = -\sqrt{5}$ 。

对主振型, 有

$$\begin{cases} \{A_2^{(1)}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ \sqrt{5} \end{Bmatrix} A_1^{(1)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2.23607 \end{Bmatrix} A_1^{(1)} \\ \{A_2^{(2)}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\sqrt{5} \end{Bmatrix} A_1^{(2)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2.23607 \end{Bmatrix} A_1^{(2)} \end{cases}$$

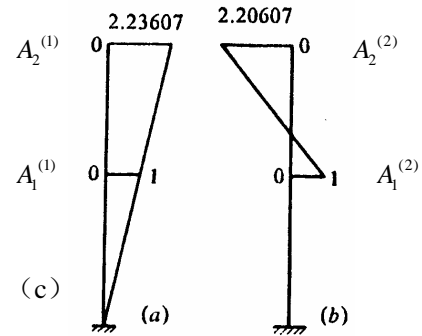


图 2.17

振幅比 β_r 由系统固有特征参数 $[K]$ 和 $[M]$ 确定, 只要系统以 ω_{nr} 作同步振动, 则不论各质点的振幅多大, 其比值总是一个恒值。

将二自由度推广到 n 个自由度系统, 则有 n 个固有频率, 并有以此 n 个主振型:

2. 2. 4 主振型的正交性

已知对应于两个固有频率 ω_{nr} 和 ω_{ns} 的两个主振型 $\{A^{(r)}\}$ 和 $\{A^{(s)}\}$, ($r \neq s$)。由式 (2-31), 可以认为有下列关系:

$$[K]\{A^{(r)}\} = \omega_{nr}^2 [M]\{A^{(r)}\} \quad (2-34)$$

$$[K]\{A^{(s)}\} = \omega_{nr}^2 [M]\{A^{(s)}\} \quad (2-35)$$

以 $\{A^{(s)}\}^T$ 前乘式 (2-34) 两端，以前乘式 (2-35) 两端，有

$$\{A^{(s)}\}^T [K] \{A^{(r)}\} = \{A^{(s)}\}^T \omega_{nr}^2 [M] \{A^{(r)}\} \quad (2-36)$$

$$\{A^{(r)}\}^T [K] \{A^{(s)}\} = \{A^{(r)}\}^T \omega_{nr}^2 [M] \{A^{(s)}\} \quad (2-37)$$

将式 (2-37) 两边转置

$$\{A^{(s)}\}^T [K] \{A^{(r)}\} = \omega_{ns}^2 \{A^{(s)}\}^T [M] \{A^{(r)}\} \quad (2-38)$$

将式 (2-36) 一式 (2-38)，有

$$(\omega_{nr}^2 - \omega_{ns}^2) \{A^{(s)}\}^T [M] \{A^{(r)}\} = 0 \quad (2-39)$$

由于 $\omega_{nr} \neq \omega_{ns}$ ，故有

$$\{A^{(s)}\}^T [M] \{A^{(r)}\} = 0 \quad (r \neq s) \quad (2-40)$$

同样可得：

$$\{A^{(s)}\}^T [K] \{A^{(r)}\} = 0 \quad (r \neq s) \quad (2-41)$$

我们称式 (2-40) 为主振型对于质量矩阵 $[M]$ 的正交性，式 (2-41) 为主振型对于刚度矩阵 $[K]$ 的正交性。而正交性的物理意义是：对于每个主振型而言，其内部能量总和是常数。各主振型之间的能量不能互相传递，彼此是独立的。

主振型对于刚度矩阵的正交性，说明各阶主振型之间的势能不能互相交换。主振型对于质量矩阵的正交性表示各阶主振型之间的动能不能互相交换。而在同一阶主振型内，势能和动能可以互相转换。

主振型的正交性问题主要是为了讨论模态方程和正则矩阵时使用的。事实上，当系统以某一阶固有频率 ω_{nr} 同步振动时（即主振动），根本就不会有任何一个质量以另一阶固有频率 $\omega_{ns} (r \neq s)$ 振动，反之亦然。

2. 2. 5 二自由度系统受谐波激励的响应

在大多数情况下，电子设备所受到的激励往往是来自载体的基础位移激励。本节着重讨论在基础位移激励下的系统响应及其振动控制。

1) 复振幅和复相位

当图 2-15 所示阻尼二自由度系统受谐和基础位移激励时，其运动微分方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 + (k_1 + k_2) x_1 - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 \\ = c_1 \dot{x}_0 + k_1 x_0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - c_2 \dot{x}_1 - k_2 x_1 = 0 \end{cases} \quad (2-42)$$

式中 x_0 设为

$$x_0 = X_0 e^{i\omega t}$$

则其解为

$$\begin{aligned} x_1 &= X_1 e^{i(\omega t - \varphi_1)} \\ x_2 &= X_2 e^{i(\omega t - \varphi_2)} \end{aligned} \quad (2-43)$$

将式 (2-43) 代入式 (2-42) 并简化后, 写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m_1 \omega^2 + i(c_1 + c_2)\omega & -(k_2 + i\omega c_2) \\ -(k_2 + i\omega c_2) & k_2 - m_2 \omega^2 + i\omega c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_1 + i\omega c_1 \\ 0 \end{Bmatrix} X_0 \quad (2-44)$$

将上式展开, 简化, 命令

$$\begin{aligned} k_1 / m_1 &= \omega_{01}^2, & \omega^2 / \omega_{01}^2 &= r_1^2, & k_2 / m_2 &= \omega_{02}^2, \\ \omega^2 / \omega_{02}^2 &= r_2^2, & \omega_{02} / \omega_{01} &= r_0, & D_1 &= c_1 / 2\sqrt{m_1 k_1}, \\ D_2 &= c_2 / 2\sqrt{m_2 k_2}, & m_2 / m_1 &= \mu, \end{aligned}$$

则其复振幅为

$$\begin{aligned} X_1 &= \left\{ (1 - r_2^2 - 4D_1 D_2 r_1 r_2) + i2(D_2 r_2 + D_1 r_1 - D_1 r_2^2) \right\} X_0 e^{i\varphi_1} \\ &\cdot \left\{ (1 - r_1^2)(1 - r_2^2) - \mu r_1^2 - 4D_1 D_2 r_1 r_2 \right\} + i2[D_2 r_2 - D_1 r_1 - (D_2 r_2^2 + D_1 r_1^2 + \mu D_2 r_0 r_1 r_2^2)] \}^{-1} \end{aligned} \quad (2-45a)$$

$$\begin{aligned} X_2 &= \left\{ (1 - 4D_1 D_2 r_1 r_2) + i2(D_2 r_2 + D_1 r_1) \right\} X_0 e^{i\varphi_2} \\ &\cdot \left\{ (1 - r_1^2)(1 - r_2^2) - \mu r_1^2 - 4D_1 D_2 r_1 r_2 \right\} + i2[D_2 r_2 + D_1 r_1 - (D_2 r_2^2 + D_1 r_1^2 + \mu D_2 r_0 r_1 r_2^2)] \}^{-1} \end{aligned} \quad (2-45b)$$

将 $|X_1|$ 和 $|X_0|$ 相除即可得到基础激励对质量 m_1 间的传递率 η_{10} :

$$\begin{aligned} \eta_{10} &= \left| \frac{X_1}{X_2} \right| = \left\{ (1 - r_2^2 - 4D_1 D_2 r_1 r_2)^2 + 4(D_2 r_2 + D_1 r_1 - D_1 r_2^2)^2 \right\} \\ &\cdot \left\{ (1 - r_1^2)(1 - r_2^2) - \mu r_1^2 - 4D_1 D_2 r_1 r_2 \right\}^2 + 4[D_2 r_2 + D_1 r_1 - (D_2 r_2^2 + D_1 r_1^2 + \mu D_2 r_0 r_1 r_2^2)]^2 \}^{-1} \end{aligned} \quad (2-46a)$$

将 $|X_1|$ 和 $|X_0|$ 相除即可得到基础激励对质量 m_2 间的传递率 η_{20} :

$$\begin{aligned} \eta_{20} &= \left| \frac{X_2}{X_0} \right| = \left\{ (1 - 4D_1 D_2 r_1 r_2)^2 + 4(D_2 r_2 + D_1 r_1)^2 \right\} \cdot \left\{ (1 - r_1^2)(1 - r_2^2) - \mu r_1^2 - 4D_1 D_2 r_1 r_2 \right\}^2 \\ &+ 4[D_2 r_2 + D_1 r_1 - (D_2 r_2^2 + D_1 r_1^2 + \mu D_2 r_0 r_1 r_2^2)]^2 \}^{-1/2} \end{aligned} \quad (2-46b)$$

复相角

$$\text{tg} \varphi_1 = \frac{i2(D_2 r_2 + D_1 r_1 - D_1 r_2^2)}{1 - r_1^2 - 4D_1 D_2 r_1 r_2} \quad (2-47a)$$

$$\text{tg} \varphi_2 = \frac{i2(D_2 r_2 + D_1 r_1)}{1 - 4D_1 D_2 r_1 r_2} \quad (2-47b)$$

2. 2. 6 无阻尼二自由度系统的隔振设计

为使讨论简化, 现以无阻尼二自由度系统为例, 讨论其隔振设计方法。此系统如图 (2-18) 所示。

令式 (2-46a) 和式(2-46b)中 $D_1 = D_2 = 0$, 立即有传递率:

$$\eta_{10} = \frac{1 - r_2^2}{(1 - r_1^2)(1 - r_2^2) - \mu r_1^2} \quad (2-48a)$$

$$\eta_{20} = \frac{1}{(1 - r_1^2)(1 - r_2^2) - \mu r_1^2} \quad (2-48b)$$

以及

$$\eta_{21} = \frac{\eta_{20}}{\eta_{10}} = \frac{1}{1 - r_2^2} \quad (2-48c)$$

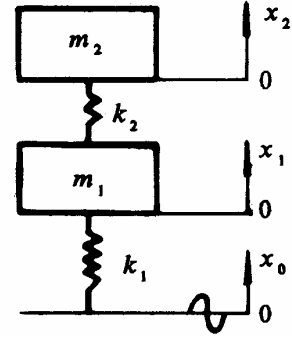


图 2.18 无阻尼两自由度系统

1) 二次隔振

当电子设备中的敏感元件(如机械滤波器、晶体振荡器或通讯机中的本振单元等)的质量 m_2 与电子设备的质量 m_1 相比很小时, 为保证 m_2 有更好的隔振效果, 采用隔振器(k_2) 对其进行保护, 当 $m_2 \ll m_1$ 时, 即有 μ 趋向零, 此时可将 m_1 的运动状态作为 m_2 的激励, 而 m_2 的运动状态对 m_1 影响较小。故有

$$\eta_{21} = \frac{1}{1 - r_2^2} \quad (2-49a)$$

$$\eta_{10} = \frac{1}{1 - r_1^2} \quad (2-49b)$$

$$\eta_{20} = \frac{1}{(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)} \quad (2-49c)$$

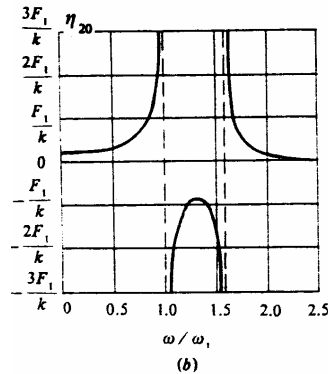
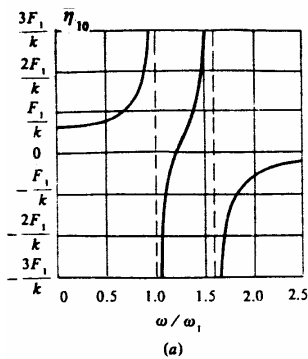


图 2.19 (a、b) 两自由度系统传递率

此时, 可将系统看为二个单自由度系统。可根据单自由度系统隔振设计方法求出 k_1 和 k_2 , 并选用合适的隔振器。

2) 双层隔振

当 m_1 和 m_2 在量值上可比时（即 $\mu \neq 0$ ），应根据设备的许用位移幅值 $[X_1]$ 、 $[X_2]$ 及许用加速度峰值 $[\ddot{X}_1]$ 和 $[\ddot{X}_2]$ 与基础激励 X_0 或 \ddot{X}_0 比值中较小值，作为许用传递率 $[\eta]$ 。即

$$\eta_{10} = \frac{[X_1]}{X_0} \text{ 或 } \eta_{10} = \frac{[\ddot{X}_1]}{\ddot{X}_0} \text{ 中较小值，记为 } [\eta_{10}];$$

$$\eta_{20} = \frac{[X_2]}{X_0} \text{ 或 } \eta_{20} = \frac{[\ddot{X}_2]}{\ddot{X}_0} \text{ 中较小值，记为 } [\eta_{20}]。$$

并且在被保护设备的质量 m_1 、 m_2 为已知量时，

即可确定所需的弹簧刚度 k_1 和 k_2 ；

$$k_1 = \frac{m_1 \omega^2 ([\eta_{10}] - \mu [\eta_{20}])}{[\eta_{10}] + 1} \quad (2-50a)$$

$$k_2 = \frac{m_2 \omega^2 [\eta_{20}]}{[\eta_{20}] + [\eta_{10}]} \quad (2-50b)$$

式中： ω 为激励频率； $\mu = m_2 / m_1$ 为质量比。

$[\eta_{10}]$ 和 $[\eta_{20}]$ 均为许用值，在数值上均取正值，由于 k_1 为正刚度， $k_1 > 0$ ，故有

$[\eta_{10}] - \mu [\eta_{20}] > 0$ ，即

$$\mu < \frac{[\eta_{10}]}{[\eta_{20}]} \quad (2-50c)$$

由式（2-50c）可知，当 $\mu < [\eta_{10}]/[\eta_{20}]$ 时，可以有 k_1 的正刚度解，否则将含有 k_1 的零刚度、负刚度解。单独使用零刚度和负刚度的系统是不稳定系统，这将在以后讨论。式（2-50c）可以作为双层隔振设计是否有稳定解的判定式。

3) 动力消振器

由图 2.19 可以观察到如下现象：若令式（2-48a）中 $\eta_{10} = 0$ ，则必有 $1 - r_2^2 = 0$ ； $r_2 = \pm 1$ 。

取 r_2 正值，有 $\omega / \omega_{02} = 1$ 。也就是说，当外界干扰频率 $\omega = \omega_{02} = \sqrt{k_2 / m_2}$ 时，可以使基础激励的能量完全由引入的 m_2 、 k_2 系统来吸收，而使质量 m_1 保持静止不动，这便是动力消振器的原理。动力消振器只有在外界干扰频率是固定频率值或窄频带时方可应用。否则将会由于引入 $m_2 - k_2$ 系统后，使共振频带宽度加大，共振点增多。将 $1 - r_2^2 = 0$ 代入式（2-48b），则引入的 $m_2 - k_2$ 系统动力消振器传递率 η_{20} 为

$$\eta_{20} = \frac{1}{-\mu r_1^2}$$

动力消振器可按下列步骤设计：

a) 确定已知条件

图 2.20 有阻尼动力消振器

设备的质量 m_1 已选定的隔振器（或支承弹簧）刚度 k_1 、基础激励位移幅值 X_0 ；动力消振器的质量 m_2 及其允许的运动空间 $[x_2]$ ；激励频率 ω 值或变化范围。

b) 确定 k_2 、 m_2

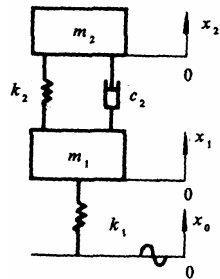
$$m_2 = \frac{k_1 X_0}{[x_2] \omega^2} \quad (2-51a)$$

$$k_2 = m_2 \omega^2 = \frac{k_1 X_0}{[X_2]} \quad (2-51b)$$

由于动力消振器只能在某一个恒定的频率点上工作，否则会在其它频率点引起共振。因此工程中往往用有阻尼动力消振器来克服上述缺点，并扩大其使用范围。

4. 有阻尼动力消振器

有阻尼动力消振器的原理图如图 2-20 所示。详见参考文献[1]。



2.3 连续弹性系统

组成电子设备的任何一个机械结构，其质量和刚度原则上都是连续分布的，它们的运动状态需要无限多个坐标来描述。这种具有无限多个自由度的弹性系统，称为连续弹性系统。在对连续弹性系统振动问题的基本性质进行分析时，假设其材料是均匀连续、各向同性的、其应力应变关系服从虎克定律。

2.3.1 杆的纵向振动

在电子类设备中，大到天线的桁架，机柜结构，小到电阻，假定杆的振动位移仅沿 x 轴向，其上任一截面始终保持为平面且与 x 轴垂直。在静止状态，每一截面的位置均可用坐标 x 表示。当杆振动时，任一截面的位移不仅与 x 坐标有关，而且与时间 t 有关。故在任一 x 处，截面位移显然是 x 和 t 的函数，以 $u(x, t)$ 表示，其中 u 表示质点运动的广义坐标。

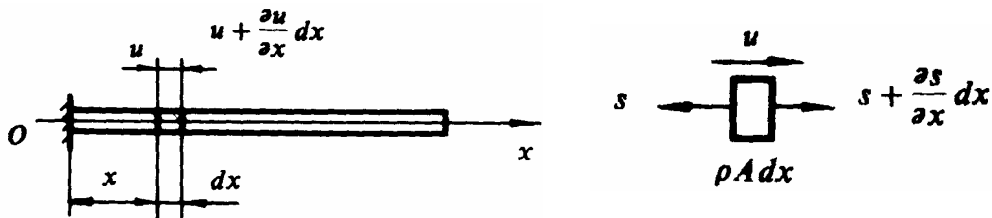


图 2.21

从 x 处截取一微元体 dx ，其受力状态如图 2-21b 所示。在 t 时刻，如果截面 x 处的振动位移为 $u(x, t)$ ，轴向力为 S ，则在截面 $x + dx$ 处的位移增量应是 $\frac{\partial u}{\partial x} dx$ ，轴向力为 $S + \frac{\partial S}{\partial x} dx$ 。以 ρ 、 A

分别表示材料密度和截面积，则微元体的惯性力为 $\rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 。根据达朗贝尔原理，有

$$\left(S + \frac{\partial S}{\partial x} dx \right) - S - \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (2-52)$$

由于微元体的位移增量 $\frac{\partial u}{\partial x} dx$ 就是微元体的总伸长，所以其单位伸长应是

$$\varepsilon_x = \frac{\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) - u}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2-53)$$

由材料力学可知，单位伸长又称为应变，它与材料弹性模量 E 的乘积即为截面应力，即：

$\sigma = E \varepsilon_x$ ，故轴向力 S 可表示为

$$S = A \sigma = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2-54)$$

令 $a^2 = \frac{E}{\rho}$ ，则上式变成

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2-56)$$

这就是均质等截面杆的纵向自由振动方程，称为一维波动方程。其中 a 表示波沿 x 轴的传播速度，对于一确定的杆来说， a 表示波沿 x 轴的传播速度，且 a 为一常数。

同样可求得均匀杆的扭转一维波动方程。

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (2-57)$$

式中 $b^2 = \frac{\rho}{G}$ ， G 为剪切杨氏模量。

2.3.2 梁的横向振动

如果细长杆作垂直轴线方向的振动，其运动方式主要是弯曲变形，这种形式称为梁的横向振动或弯曲振动。

框架结构中的梁以及焊接在印刷线路板上的电阻、电容、晶体管等元器件中的引线，在受到外激励干扰并产生垂直于轴线方向的弯曲变形时，一般均可将其视为（或简化为）梁的横向振动。

对电子设备整机结构及其内部的元器件来说，梁的横向振动的影响将更为显著。

1) 运动方程

为便于讨论，将经过简化的元器件或杆件以梁的形式表示于 O_y 平面内，假设梁在此平面横向振动时其转动惯量和扭转剪切变形的影响可以忽略，以 $y(x, t)$ 表示横向振动位移， A 为横截面积， ρ 为材料密度， J 为截面对中心轴的惯性矩， EJ 为截面的抗弯刚度。

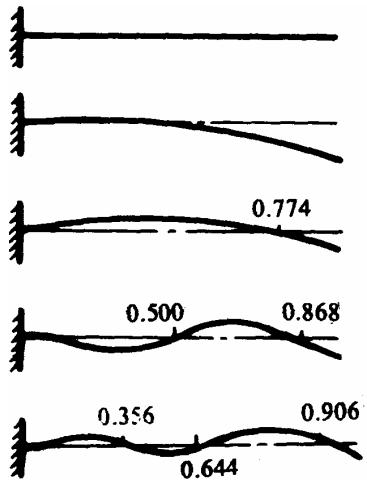
两端固定在电子机矩上的横梁，一端固定，一端简支或两端简支的接插件以及两端焊接在线路板上，跨度较长的阻、容元件等，亦可应用类似的分析方法求出其固有频率和主振型。

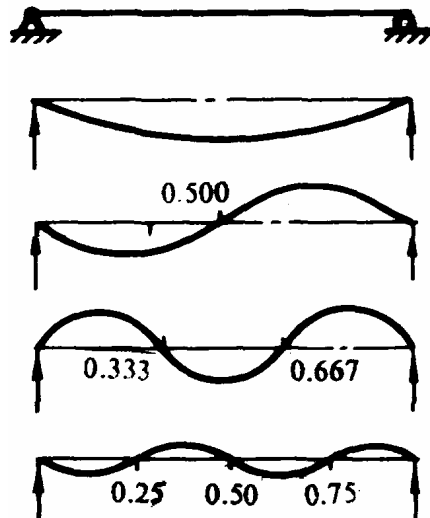
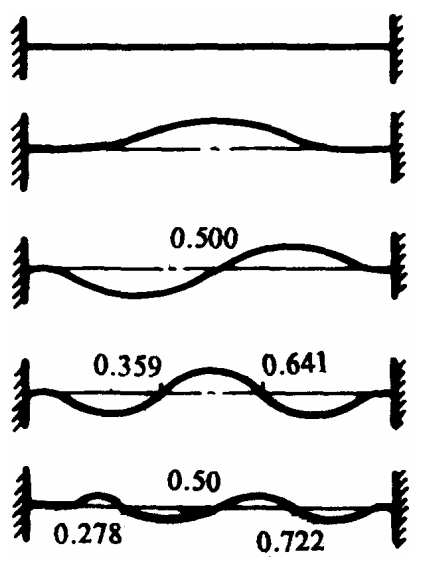
表 2.1 列出了常见的六种不同边界条件的梁作横向振动的固有频率和主振型，表中符号含义为：

$y(x)$ ——位移， $y'(x)$ ——转角， $y''(x)$ ——弯矩， $y'''(x)$ ——剪力

表 2.1 梁的横向振动特征参数

简图	说明	固有频率、振型函数
	两端自由边界条件为 $x = 0$ $y''(0) = 0$ $y'''(0) = 0$ $x = l$ $y'''(l) = 0$ $y''(l) = 0$	频率方程 $1 - ch\lambda l \cos \lambda l = 0$ $\omega_{nl} = \frac{(\lambda l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ $\lambda_1 l = 4.730$ $\lambda_2 l = 7.853$ $\lambda_3 l = 10.996$ $\lambda_4 l = 14.137$ 振动函数 $y_l(x) = ch\lambda_1 x + \cos \lambda_1 x$ $+ \frac{ch\lambda_1 l - \cos \lambda_1 l}{sh\lambda_1 l - \sin \lambda_1 l}$ $\cdot (sh\lambda_1 x + \sin \lambda_1 x)$
	一端铰支 一端固支 边界条件为 $x = 0$ $y(0) = 0$ $y'(0) = 0$ $x = l$ $y(l) = 0$	频率方程 $ch\lambda l \sin \lambda l - sh\lambda l \cos \lambda l = 0$ $\omega_{nl} = \frac{(\lambda l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ $\lambda_1 l = 3.927$ $\lambda_2 l = 7.069$ $\lambda_3 l = 10.210$ $\lambda_4 l = 13.352$ 振型函数 $y_l(x) = sh\lambda_1 x - \frac{sh\lambda_1 l}{\sin \lambda_1 l} \sin \lambda_1 x$
	一端铰支 一端自由 边界条件为 $x = 0$ $y(0) = 0$ $y''(0) = 0$ $x = l$ $y''(l) = 0$ $y'''(l) = 0$	频率方程 $ch\lambda l \sin \lambda l \cos \lambda l = 0$ $\omega_{nl} = \frac{(\lambda l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ $\lambda_1 l = 3.927$ $\lambda_2 l = 7.069$ $\lambda_3 l = 10.210$ $\lambda_4 l = 13.352$ 振动函数 $y_l(x) = sh\lambda_1 x + \frac{sh\lambda_1 l}{\sin \lambda_1 l} \sin \lambda_1 x$

	<p>一端固定 一端自由 边界条件为</p> <p>$x = 0$ $y(0) = 0$ $y'(0) = 0$</p> <p>$x = l$ $y''(l) = 0$ $y'''(l) = 0$</p>	<p>频率方程</p> $\cos \lambda l \operatorname{ch} \lambda l = -1$ $\omega_{nl} = \frac{(\lambda l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ <p>$\lambda_1 l = 1.875$ $\lambda_2 l = 4.694$ $\lambda_3 l = 7.855$ $\lambda_4 l = 10.996$</p> <p>振型函数</p> $y_i(x) = \left[\operatorname{ch} \lambda_i x - \cos \lambda_i x - \frac{\operatorname{sh} \lambda_i l - \sin \lambda_i l}{\operatorname{ch} \lambda_i l + \cos \lambda_i l} \cdot (\operatorname{sh} \lambda_i x - \sin \lambda_i x) \right]$
---	--	--

简图	说明	固有频率、振型函数
	<p>两端简支边界条件为</p> <p>$x = 0$ $y(0) = 0$ $y''(0) = 0$</p> <p>$x = l$ $y(l) = 0$ $y''(l) = 0$</p>	<p>频率方程</p> $\sin \lambda l = 0$ $\omega_{nl} = \frac{(\lambda l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ <p>$\lambda_1 l = \pi$ $\lambda_2 l = 2\pi$ $\lambda_3 l = 3\pi$ $\lambda_4 l = 4\pi$</p> <p>振动函数</p> $y_i(x) = \operatorname{sh} \frac{\lambda_i x}{l}$ $= \sin \frac{i\pi x}{l}$
	<p>一端固定边界条件为</p> <p>$x = 0$ $y(0) = 0$ $y'(0) = 0$</p> <p>$x = l$ $y(l) = 0$ $y'(l) = 0$</p>	<p>频率方程</p> $1 - \cos \lambda l \cos \lambda l = 0$ $\omega_{nl} = \frac{(\lambda l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ <p>$\lambda_1 l = 4.730$ $\lambda_2 l = 7.853$ $\lambda_3 l = 10.996$ $\lambda_4 l = 14.137$</p> <p>振型函数</p> $y_i(x) = \operatorname{ch} \lambda_i x - \cos \lambda_i x + \frac{\operatorname{ch} \lambda_i l - \cos \lambda_i l}{\operatorname{sh} \lambda_i l - \sin \lambda_i l} \cdot (\operatorname{sh} \lambda_i x - \sin \lambda_i x)$

2.3.3 板的刚度设计

印制板模块单元的壳体与插箱（或机箱）的底板采用非刚性连接时，则将其视为与印制板同结构层次；刚性连接时，则应视为与插箱底板同一层次。本节着重讨论印制板的刚度设计问题。

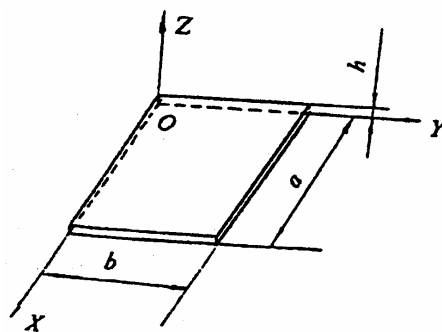


图 2.22 印刷板几何尺寸

理论和实践证明，印制板在三轴向的一阶固有频率，在图 2-22 所示 Z 向为最低，

如 z 向满足要求，则其它方向必然满足要求。z 向一阶固有频率的量值，不仅与板自身的几何尺寸 a,b,h 有关，而且与板边的支承状态（边界条件）、激励力的大小以及板上安装零件（元器件）的分布与重量等因素有关。工程近似分析中常用参数简介如下：

1) 边界条件

在板边装有带压紧弹簧的导向槽或带弹性材料（如橡胶，泡沫塑料）压紧板，以及不带压紧装置的接插件的印制板边，均可视为简支边。因为这们无法限制板的转角转移。

在板边带有压紧装置，使印制板无法产生转角位时，则可视为固定边。

不加约束的板边可视为自由边。

2) 印制板的面密度 ρ

在工程近似分析中，通常把板的自重，加上元器件重量后的总重量与印制板面积（a b）之比称为面密度 $\rho(kg/mm^2)$ ，此时可将装有元器件的印制板视为均质板。

3) 印制板刚度因子 D

印制板的刚度因子 D（N mm）由下式定义

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu)} \quad (2-58)$$

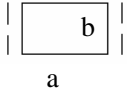
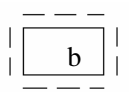
式中：E 为印制板的杨氏模量，常用印制板的 E 取值范围为 5000~12000（N/mm²）；

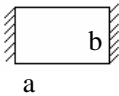
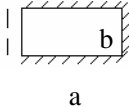
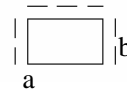
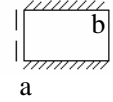
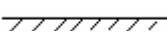
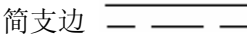
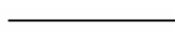
μ 为印制板材料的泊松比，常用印制板材料 $\mu = 0.12$ ；

h 为印制板材料的厚度（mm）

现将资料[2]推荐的几种印制板常见支撑条件下一阶固有频率估算公式列於表 2.2

表 2.2 印制板一阶固有频率估算公式

序号	边界条件	固有频率 f_n Hz	序号	边界条件	固有频率 f_n Hz
1	二边简支 	$f_n = \frac{\pi}{2a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho}}$	4	四边简支 	$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho}}$

2	二边固定 	$f_n = \frac{355}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho}}$	5	三边固定 一边简支 	$f_n = \frac{\pi}{1.74} \sqrt{\frac{D}{\rho}} \sqrt{\frac{4}{a^4} + \frac{1}{2a^2b^2} + \frac{1}{64b^4}}$
3	三边简支 	$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{4b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho}}$	6	二边固定 二边简支 	$f_n = \frac{\pi}{3.14} \sqrt{\frac{D}{\rho}} \sqrt{\frac{16}{a^4} + \frac{8}{a^2b^2} + \frac{3}{b^4}}$
注：表中板的支承边界条件图示表达形式为： 固定边  简支边  自由边 					

例：已知某印制板 $a = 200\text{mm}$, $b = 180\text{mm}$, $h = 1.5\text{mm}$, $E = 1 \times 10^4 \text{N/mm}^2$, $\mu = 0.12$.

当印制板连同元器件总重量 $w = 5\text{N}$, $= 0.510\text{kg}$ 时，试确定，四边简支条件和 2b 边固定-a 边简支情况的固有频率值。

解：由表 2.2 序号 4 和序号 5 给定的公式；将已知条件代入，可解得：

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{1 \times 10^4 \times 1.5^3}{12(1-0.12^2)} = 3.7 \times 10^3 \text{N} \cdot \text{mm} = 3.7 \times 10^6 \text{kg} \cdot \text{mm}^2/\text{s}^2$$

$$\text{四边简支: } \rho = \frac{m}{gab} = \frac{0.51}{9800 \times 200 \times 180} = 1.47 \times 10^{-5} \text{s}^2 \text{kg/mm}^2$$

$$f_n = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho}} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{200^2} + \frac{1}{180^2} \right) \sqrt{\frac{3.7 \times 10^6}{1.47 \times 10^{-5}}} = 44.03 \text{ Hz}$$

二端固定一端简支：

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{\pi}{1.74} \left(\frac{4}{a^4} + \frac{1}{2a^2b^2} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{D}{\rho}} \\ &= \frac{\pi}{1.74} \left(\frac{4}{200^4} + \frac{1}{2 \times 200^2 \times 180^2} + \frac{1}{64 \times 180^4} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{3.7 \times 10^6}{1.47 \times 10^{-5}}} \\ &= 44.03 \text{ Hz} \end{aligned}$$

同理可求出二端固定二端简支（序号 6）条件下 $f_n = 63\text{Hz}$

三端简支（序号 3）条件下的固有频率 $f_n = 25.78\text{Hz}$

如保持 a/b 不变，缩小 a 和 b 的尺寸，也可以提高 f_n ，增加印制板厚度 h 是提高 f_n 的有效措施

之一。例如将印制板厚由 1.5mm 增加到 2.1mm 时，共刚度系数 D 增大 $(2.1/1.5)^3 = 2.744$ 倍，

固有频率将增大 $\sqrt{2.744} = 1.6565$ 倍，不同板厚的印制板固有频率对照情况，见表 2.3 所示。

表 2.3 板厚对一阶固有频率的影响

边界条件板厚	三边简支	二边固定一边简支	四边简支	二边简支二边固定
1.5mm	$f_n = 25.78Hz$	$f_n = 42.44Hz$	$f_n = 44.03Hz$	$f_n = 63Hz$
2.1mm	$f_n = 42.71Hz$	$f_n = 70.30Hz$	$f_n = 72.93Hz$	$f_n = 104.35Hz$

如果在印制板上增加加强筋，如将厚度为 1mm，高度为 9mm 的折弯钢板与印制板刚接后，则四边简支条件的一阶固有频率可达 250Hz 以上。详见资料[5]

由以上讨论可知，提高印制板固有频率最有效的工程措施为：缩小印制板尺寸，增大板厚，改善板边支承条件以及增加加强筋（图 2.23）等。

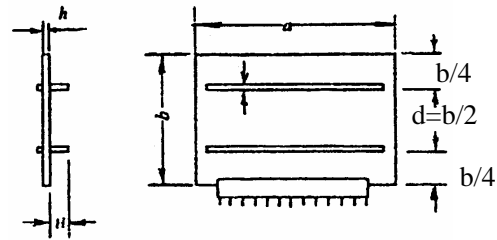


图 2.23 加肋的印刷板

2.4 两倍频规则及其应用

2.4.1 刚度设计

电子设备的刚度设计是以保证实现电子设备功能为基本目的的。因此，在恶劣的振动、冲击、爆炸和风暴等内外激励条件下，电子设备的刚强度设计必须遵循如下准则：

- 1) 在振动激励频率范围内，所有层次结构不得出现有害的结构谐振；
- 2) 层次结构及其连接刚度，必须符合二倍频规则；
- 3) 机电性能紧密相关的模块或组合（如天线、波导、频率源、印制板、接插件等），其结构变形不得造成设备电信性能的下降或失灵；
- 4) 在设备进行环境试验时，以及在设备全寿命期内，结构的实际应力必须小于其相应的许用应力。在全部环境条件试验结束后，不可换的关键模块、结构的 Miner 累积疲劳循环比 R 必须小于 0.3，否则不应交付使用；
- 5) 可折或翻转式连接结构，必须消除结合面间的间隙，以避免引起附加冲击、非线性自激振荡和机械结构噪声。

2.4.2 层次结构和二倍频规则

1) 层次结构

相对独立的结构组合（或单元），用连接件（连接工艺）组成整件时，基础件称为主层次结构，安装在基础件上的结构组合（或单元）称为次层结构。

例如：机柜、显控台主骨架为主层次结构，插箱为次层结构，安装在插箱内的独立结构组合如印制板模块，电源模块等为第三层次，印制板为第四层次。如果印制板模块与插箱底板为刚性连接，则印制板可视为第三层次。

2) 二倍频规则

根据线性系统振动理论， $i+1$ 层次结构的一阶固有频率 f_{i+1} 与其安装基础 i 层次的一阶固有频

率 f_i 的比值 $\beta = f_{i+1} / f_i \geq 2$ 时, 其动力放大因子 $\lambda = |H(\omega)| \cong 1$ 。此时, 可将这二个层次结构视为刚性连接。

当插箱, 机箱自身较重, 并且采用导柱, 导套, 螺栓联接时, 由于其有效联接刚度只有整体结构形式的 30%。因此, 实现所有层次结构频率比 $\beta \geq 2$ 的要求在工程上较困难时, 经双方协商,

可允许 $\beta \geq 1.5$ 。但印制板导次的一阶固有频率 f_n 不得低於扫频激励上限频率 $f_{p上}$ 的 2 倍。

以舰载设备为例, 各层次结构一阶固有频率下限值应符合表 2.4 规定。此时可保证在扫频范围内, 各层次结构不发生局部共振。当 $\beta = 1.5$ 时, 局部共振的放大因子 λ 必须满足 $\lambda \leq 3$ 要求。

表 2.4 各层次结构一阶固有频率限值表

舰型	扫频上限频率 Hz $f_{p上}$	主次层次结构 间连接形式	频率比 β	一阶固有频率 f_i Hz				
				机柜显 控台	机箱	插箱	印制板 模块	印制板
一般 舰艇	60	弹性连接	1.5	≥ 30	—	≥ 45	≥ 67.5	≥ 120
			2	≥ 30	—	≥ 60	≥ 120	≥ 240
		刚性连接	1.5	—	30	60	67.5	≥ 120
			2	—	30	45	120	240
快艇 等	120	弹性连接	1.5	≥ 45	—	67.5	101.25	> 240
			2	≥ 45	—	90	—	240
		刚性连接	1.5	—	45	67.5	101.5	≥ 240
			2	—	45	90	180	360

2. 4. 3 提高层次结构刚性的技术措施

1) 显控台机箱、机柜的框架设计要求

显控台机箱的框架结构, 应设计成稳定结构, 主承载构件应采用铸件或焊接件。在采用螺栓联接时, 应使联接刚度满足表 2.4 各层次结构式的一阶固有频率限值要求。否则应加强侧板、面板与框架的连接刚度。螺钉的直径、数量、布局方式等应有利於结构加固, 板的顶角处必须有螺钉固定, 以防止碰撞噪声。侧(后)板不允许采用下端安装二个弹性插销, 上端二个螺钉固定的结构形式。

2) 提高插箱结构刚度的技术措施

a) 通常插箱与机架间采用导轨、导柱和导套、面板等构件与机架相联, 从提高插箱联接刚度出发, 理应使它们同时承载。但在某些采用铝质导轨的场合, 为防止铝导轨受动载荷作用引起变形, 故装配时, 只有导柱导套和前面板承载。对于这种结构形式, 应注意调整到导轨不受力后, 导柱或导套的调节环节和面板与框架之间必须有定位销锁定, 由定位销承受上下和左右方向的振动、冲击载荷。

目前最常见出现的问题是面板与机架采用松不脱螺钉联接, 而无定位装置。由于松不脱螺钉的细轴颈与面板螺孔之间较大的间隙。一旦螺钉紧固力在面板与框架间产生的摩擦力小於振动、冲击动载荷后, 将引起非线性自激振荡, 或附加冲击, 使设备造成不必要损伤, 并且机械噪声也因此而增大。此时, 可将插箱的把手顶端制成导柱状, 在机架相应位置设置导套。

- b) 插箱底板是电子模块、组件安装基础。在底板上不宜开连续的孔洞。否则应采用打肋、加筋、翻边等措施提高底板的刚度。
- c) 插箱内所有模块、组件的组合重心、应落在插箱的导柱和导套（或导轨）与面板的支承面内，以防止局部扭振引起耦联振动。
- d) 当插箱采用薄钢板结构时，导轨与侧板，导柱（或导套）与后板间联接应可靠。插箱底板与导柱导套和面板的串联刚度与其支承质量组成的该层次结构的一阶固有频率应符合表 2.4 的要求。

2.5 随机振动概述

随机振动是一种最常见的非确定性振动形式。物体在作随机振动时，它们的振动参数瞬时值无法用确定的函数来描述。随机振动的特征是采用在相同试验条件下得到的多个随机振动样本的统计特征来描述的。当随机过程的统计特性不随时间变化时，则称它为平稳随遇过程。当整个平稳随机过程的统计特性与每个样本的统计特性相同时，则称其为各态历经过程。“各态历经”意味着“时间平均”等于“集总平均”，对于各态历经的随机过程，只要有一个样本就可以反映整个随机过程的特性。

国家标准中规定实施的随机振动环境条件试验都是平衡随机振动。常见的是窄带随机振动、宽频随机振动和白噪声随机振动及其组合。

随机振动的统计参数一般可用三种统计方法来描述，它们是：幅值域统计描述；时延域统计描述；频率域统计描述。

2.5.1 随机振动统计描述

1) 随机振动的幅值域统计描述

描述随机振动幅值域统计特性的参数有均值、方差和标准差。

a) 均值

各态历经过程的均值 μ_x ，等于样本函数的时间平均值：

$$\mu_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2-59)$$

式中，T 为采样时间长度，单位为秒（s）。

b) 均方值和均方根值

均方值定义为

$$\psi_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (2-60)$$

均方根值定义为

$$\psi_x = +\sqrt{\psi_x^2} \quad (2-61)$$

均方根值就是均方值的正平方根，显然，均方根值就是有效值。

c) 方差和标准差

方差定义为

$$\sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x^2(t) - \mu_x] dt \quad (2-62)$$

标准差定义为

$$\sigma_x = +\sqrt{\sigma_x^2} \quad (2-63)$$

即标准差 σ_x 是方差 σ_x^2 的正平方根。

将式 (2-62) 展开有

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x^2(t) - 2x(t)\mu_x + \mu_x^2] dt \\ &= \psi_x^2 - \mu_x^2 \end{aligned} \quad (2-64)$$

因此有

$$\psi_x^2 = \sigma_x^2 + \mu_x^2 \quad (2-65)$$

式 (2-65) 表示均方值 ψ_x^2 中包含了随机振动信号的直流分量——均值 μ_x ，交流分量——动态分量方差 σ_x^2 ，当 $\mu_x \rightarrow 0$ 时，有 $\psi_x^2 = \sigma_x^2$ 。此时方差等于均方值，标准差 σ_x 等于均方根值 ψ_x 。

d) 概率密度与概率分布

虽然各态历经平稳随机振动的取值无法预知，但其取值小于某值，或落在某一数值范围内的概率却是可知、可计算的。

i) 概率密度函数

由概率论知，各态历经的随机变量 $x(t)$ 的幅值落在 x 和 $(x + \Delta x)$ 范围内，当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时，

概率密度函数 $p(x)$ 定义

$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} P_{rob} [x \leq x(t) < (x + \Delta x)] / \Delta x$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}{T} \right] \quad (2-66)$$

式中 $\sum_{i=1}^n \Delta t_i$ 表示在 $T \rightarrow \infty$ 时, $x(t)$ 落在 x 和 $(x + \Delta x)$ 范围内所占有的总时间 ($\Delta x \rightarrow 0$),

如图 2-24 所示。

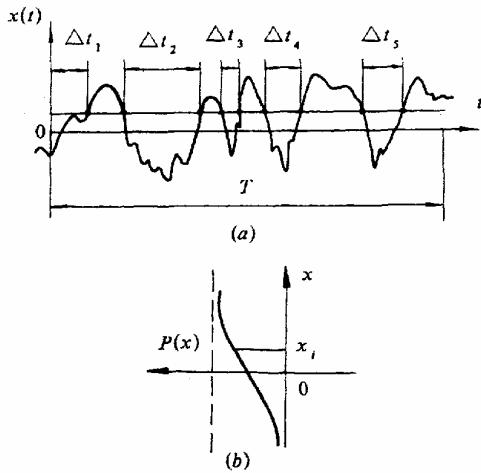


图 2.24

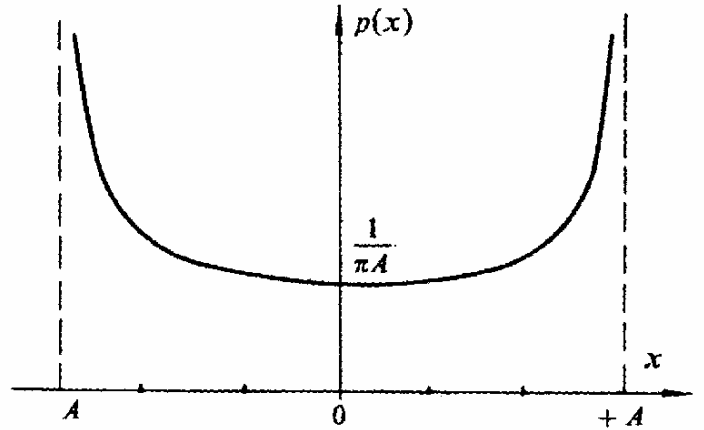


图 2.25

ii) 概率分布函数

概率分布函数定义为 $x(t)$ 取值小于某一个实数 x 的概率:

$$P(x) = P_{rob}[x(t) < x] \quad (2-67a)$$

由式 (2-66) 和式 (2-67) 可以推导出概率分布函数与概率密度函数之间的关系为

$$P(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx = 1 \quad (2-67b)$$

由式 (2-67b) 可知, 当 $x \rightarrow \infty$ 时, 必有 $p(\infty) = 1$ 。此时, 概率密度函数 $p(x)$ 与 x 轴所包围的面积等于 1, 即

$$P(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad (2-67c)$$

iii) 确定性信号的概率密度

确定性信号的概率密度函数 $p(x)$ 和概率分布函数 $p(x)$ 可以从信号函数表达式直接计算出来。例如, 正弦简谐函数 $x = A \sin \omega t$ 的 $p(x)$ 可通过下列运算获得:

$$t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x}{A}$$

$$dt = \frac{dx}{\omega \sqrt{A^2 - x^2}}$$

$$p(x) = \frac{2dt}{T} = \begin{cases} \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}} & |x| \leq A \\ 0, & |x| > A \end{cases}$$

上式可由图 2.25 所示的盆形曲线表示。

2 随机振动的时延域统计描述 相关函数

在振动试验中，人们常通过示波器观察两个信号的相似性，这就引出了相关性问题的讨论。而在工程实际中，往往信号 $x(t)$ 和 $y(t)$ 均由同一个激励源产生，其差别在于二个信号仅在时间上有先后。例如，在地震勘探中， $x(t)$ 和 $y(t)$ 是由同一个震源引起的，反映同一地下反射界面的反射记录波，但由于测点位置的不同，反射波在记录 $x(t)$ 和 $y(t)$ 中出现的时间是不同的。这就产生了讨论时延域的统计特性的问题——相关函数。

a) 两个固定波形的相关函数

设有二个固定波形函数 $x(t)$ 和 $y(t)$ ，它们的波形是相似的，其区别仅为振幅值不同。那么，可通过求取某个适当的系数 α ，使 $x(t)$ 与 $\alpha y(t)$ 相接近。这就是数学常用的线性回归法。 $x(t)$ 与 $\alpha y(t)$ 相接近的程度可用它们之间误差的能量 Q 值来衡量：

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \alpha y(t)]^2 dt \quad (2-68)$$

令 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的均值分别为

$$\begin{cases} \mu_x = E[x] = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \\ \mu_y = E[y] = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \end{cases} \quad (a)$$

令 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的方差分别为

$$\begin{cases} \sigma_x^2 = E[x^2] = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \\ \sigma_y^2 = E[y^2] = \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt \end{cases} \quad (b)$$

$x(t)$ 、 $y(t)$ 乘积的均值为

$$\sigma_{xy} = E[xy] = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t)dt \quad (c)$$

将 (a)、(b)、(c) 三式代入式, 有

$$Q = \sigma_x^2 - 2\alpha\sigma_{xy} + \alpha^2\sigma_y^2 \quad (2-69)$$

令 $\frac{dQ}{d\alpha} = 0$, 求得 Q 的极小值的驻点为

$$\alpha = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} \quad (2-70)$$

将式 (2-70) 代入式 (2-69) 得 Q 的极小值为

$$Q_{\min} = \sigma_x^2 - \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_y^2} \quad (2-71)$$

那么, 其相对误差能量为

$$\frac{Q}{\sigma_x^2} = 1 - \rho_{xy}^2 \quad (2-72)$$

式中 $\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}$ 称为 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的相关系数, 由著名 Schwarz 不等式可知, $\rho_{xy} \leq 1$ 。当

$\rho_{xy} \rightarrow 1$ 时, 相对误差能量最小, $y(t)$ 的线性函数 $\alpha y(t)$ 和 $x(t)$ 相接近, 从而可知 $y(t)$ 和 $x(t)$ 接近相似。由于 $x(t)$ 和 $y(t)$ 是确定波形函数, 因此 σ_x 和 σ_y 也是确定的。这样, 相关系数 ρ_{xy} 的数值大小将完全由 ρ_{xy} 来确定。

b) 相关函数

以上讨论了二个固定波形的相似问题。而在电子设备振动分析中, $x(t)$ 和 $y(t)$ 往往是由同一激励源引起的, 在二个不同位置测量记录到的信号, 由于测点距激励源的远近不同, 故在时间上有滞后 τ 时间。这时就必须讨论在时延域中的两个信号相似问题——自相关函数 $R_x(z)$ 与互相关函数 $R_{xy}(\tau)$ 。 $R_{xy}(\tau)$ 定义为

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt \quad (2-73)$$

当考虑信号 $x(t)$ 与其自身经过时移 τ 后的信号 $x(t+\tau)$ 之间的相似性问题时, 便成为 $x(t)$

的自相关函数 $R_x(\tau)$ 。 $R_x(\tau)$ 定义为

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (2-74)$$

当时延时间 $\tau = 0$ 时, $R_x(\tau) \approx \psi_x^2$ 。当 $x(t)$ 表示加速度函数时, 则均方根加速度 ψ_x 为

$$\psi_x = \sqrt{R(\tau)} \quad (2-75)$$

3 随机振动的频率域统计描述 功率谱密度函数

随机信号 $x(t)$ 在频率域内的基本统计特性是用功率谱密度函数来描述的。

a) 自动率谱密度函数

自功率谱密度函数可由自相关函数导出。当自相关函数 $R_x(\tau)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 区间的积分是有限时, 则定义自功率谱密度函数为

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2-76)$$

式中的 f 表示频率, 式 (2-76) 表明 $S(f)$ 和 $R_x(\tau)$ 是一对傅里叶变换对。它们之间的关系一般称为维纳-辛钦关系, 因此有

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{i2\pi f\tau} df \quad (2-77)$$

由于 $R_x(\tau) = R_x(-\tau)$, 故在工程中仅计算稳态随机过程的正频率部分

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) \cos(2\pi f\tau) df \quad (2-78)$$

因此, 如果定义函数 $G(f)$, 使其满足

$$\begin{cases} G(f) = 2S(f) & f \geq 0 \\ G(f) = 0 & f < 0 \end{cases} \quad (2-79)$$

$$\text{则有 } R_x(\tau) = \int_0^{\infty} G(f) \cos(2\pi f\tau) df \quad (2-80)$$

由上式可见, $G(f)$ 是 $f > 0$ 的单边谱 $(0, +\infty)$, 而 $S(f)$ 是双边谱 $(-\infty, +\infty)$, 见图 2.26。

当 $\tau = 0$ 时, 有 $R_x(0) = \int_0^{\infty} G(f) df$, 并且根据自相关函数性质 2 应有 $R_x(0) = \sigma_x^2$, 故有

$$\sigma_x^2 = \int_0^{\infty} G(f) df \quad (2-81)$$

式 (2-81) 表明, 在时域计算得到的能量, 等于频域计算得到的能量, 故称它为能量等式或 Parseval 等式。

b) 互动率谱密度函数

互动率谱密度函数与互相关函数互为富氏变换对。

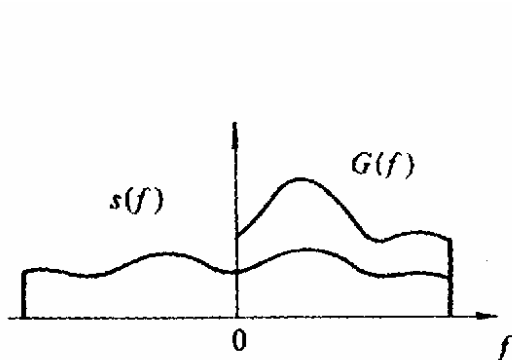


图 2-26

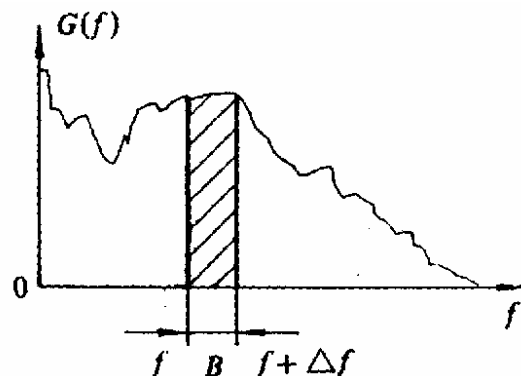


图 2-27

由于 $x(t)$ 是一个随机变量, 因此用解析函数进行傅里叶积分来求 $G(f)$ 或 $S(f)$ 是十分困难的。在振动分析中, 随机振动信号的 $G(f)$ 或 $S(f)$ 是直接由频谱分析仪测量获得的。

以上介绍了随机振动信号的统计参量。这些统计参量不仅可以定量地描述随机振动的某些特性, 而且都有其相对应的明确的物理意义。归纳起来, 这些统计参量是:

1. 幅值域描述: 包括概率密度函数, 均值; 均方值、均方根值; 方差和标准差。
2. 时延域描述: 包括自相关函数和互相关函数。
3. 频率域描述: 包括自功率谱密度函数和互功率谱密度函数。

这些统计参量都可以通过试验仪器测量获得。从这个含义上讲, 讨论随机振动分析问题, 离开了试验分析仪器和试验分析便无法得出确切结果。

2. 5. 2 非平衡随机振动

随机振动信号的统计特性随时间而变化时, 则称其为非平稳随机振动。

例如, 当均值、均方值、频率成分等统计参数中, 一个或一个以上的参数随时间而变化时, 都称其为非平稳随机振动。

由于非平稳机振动信号不再是各态历经的, 故它们的统计特性不能再用一次记录或一段记录得到的样本函数通过对时间的平均来获得, 而只能通过对多次记录或多段记录的样本信号函数进行总体平均 (集总平均或系集平均) 来获得。

对于有 N 个样本函数或 N 段记录的信号样本函数的非平稳随机过程, 在任何指定时刻 t_i 的均值 $\mu_x(t_i)$ 可用下式定义:

$$\mu_x(t_i) = E[x(t)_i] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t_i) \quad (2-82)$$

均方值

$$\sigma_x^2(t_i) = E[x^2(t_i)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2(t_i)$$

在工程实际中, $\mu_x(t_i)$ 和 $\sigma_x^2(t_i)$ 的计算是非常困难的。这不仅因为它需要 $N \rightarrow \infty$ 个样本数, 而且还必须在样本函数的整个时间长度 ($t_{\text{样本}}$) 时域内 ($0 < t_j < t_{\text{样本}}$) 进行无穷多个时间点 $t_j (j \rightarrow \infty)$ 的运算。如果要获得火箭在发射时的随机激励和响应特性, 那么就要求火箭发射 $N (N \rightarrow \infty)$ 次。这种要求无疑是无法实现的。

从严格的数学概念出发, 工程中实际的随机振动信号都存在着一一定的非平稳性。因此, 在处理随机振动信号时, 首先必须进行平稳性检查, 如果随机振动信号的统计特性参数随时间的变化很缓慢时, 则可将其视为平稳随机振动来处理。这如同在工程中常将弱非线性系统作为线性系统处理一样。

平稳性检验通常只对方差进行。将一个时间记录分成若干个小段, 若每一时间小段信号的方差间只有百分之几的分散度时, 就可以认为它是平稳的。由于随机振动的信号的均值通常趋于零, 故不对均值进行检验。此外, 由前面的讨论可知, 随机振动信号的方差在平稳性检查时只有百分之几的分散度, 那么其均方值随时间的变化也不会很大, 故一般也不对其相关函数进行平稳性检查。

当确定某随机信号为非平稳随机振动后, 目前最常用的方法是将一次长时间的记录样本分成若干个短时间段, 然后再对这些短时间段样本进行平均, 从而得到有用的结果, 这种把连续信号分割成若干小段的做法, 称为“时间窗”处理。因为每一个小段可看作是通过时间的一个“窗口”看到的。

用时间窗技术处理非平稳随机振动的方法, 也可以用于频率域中的分析。非平稳信号可以理解时为变功率谱信号。由于工程上对信号频谱结构随时间的变化情况, 以及谱发生的时刻和频率非常感兴趣, 因此, 在现代信号处理机中已具有这种功能, 即“时间谱阵”功能。

2. 5. 3 单自由度线性系统受随机激励的响应

1) 系统受单位脉冲激励的响应 $h(t)$

设系统在静平衡状态受单位脉冲 $\delta(t)$ 激励, 则其响应为脉冲响应 $h(t)$

$\delta(t)$ 函数的特点:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = 1 & t = 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt \approx 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (2-84)$$

2) 脉冲响应函数 $h(t)$:

□
a) $t < 0, y_0 = 0, \dot{y}_0 = 0$, 系统静止;

b) $t < 0$ ，系统受 $x(t) = \delta(t)$ 激励；

c) 系统的强迫振动微分方程为；

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + ky = x(t) \quad (2-85)$$

初始条件如情况 1， $t < 0$ 时 $y_0 = 0, \dot{y}_0 = 0$

$$\text{由于: } \begin{cases} \int_{0^-}^{0^+} m \ddot{y} dt = \int_{0^-}^{0^+} m d\dot{y} = m \dot{y} \Big|_{0^-}^{0^+} = m \dot{y}(0^+) \\ \int_{0^-}^{0^+} c \dot{y} dt = \int_{0^-}^{0^+} c dy = cy \Big|_{0^-}^{0^+} = cy(0^+) \\ \int_{0^-}^{0^+} ky dt = ky t_{0^-}^{0^+} = cy(0^+) = 0 \\ \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = 1 \end{cases} \quad (2-86)$$

$$\text{有 } \int_{0^-}^{0^+} (m \ddot{y} + c \dot{y} + ky) dt = \int_{0^-}^{0^+} x(t) dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt$$

$$m \dot{y}(0^+) \quad (2-87a)$$

$$\dot{y}(0^+) = \frac{1}{m} \quad (2-87b)$$

由式 (2-87b) 可知，系统在 $\delta(t)$ 作用下，在 $t = 0^+$ 时，获得 $\dot{y}(0^+) = \frac{1}{m}$ 速度增量，那么在

$t = 0^+$ 后，系统以 $\dot{y}(0^+)$ 为初始条件作有阻尼自由振动，这种振动称为脉冲响应函数 $h(t)$ 。

d) 脉冲响应函数 $h(t)$

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{m\omega_d} e^{-\omega_n D t} \\ 0 \end{cases} \quad (2-88)$$

e) 当系统在 $t = \tau$ 时，受 $\delta(t) = x(t)$ 作用时，系统响应：

$$h(t) = \begin{cases} h(t - \tau) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\omega_n D(t - \tau)} \sin \omega_d t & t \geq \tau \\ 0 & t < \tau \end{cases} \quad (2-89)$$

f) 当 $x(t)$ 为任意激励时，则卷积积分可得系统响应：

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_0^t h(t - \tau) x(\tau) d\tau \\ &= \begin{cases} \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t x(\tau) e^{-\omega_n D(t - \tau)} \sin \omega_d(t - \tau) d\tau & t \geq \tau \\ 0 & t < \tau \end{cases} \end{aligned} \quad (2-90)$$

g)系统响应的特点

1) 单位脉冲 $\delta(t-\tau)$ 在任何 $t \neq \tau$ 时刻为 0, 所以在 $t \neq \tau$ 时, $y \equiv 0(t < \tau)$, 故改变积分限不影响其结果, 即

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_0^{\tau+0} x(t-\theta)h(\theta)d(t-\theta) \\ &= \int_0^{\infty} x(t-\theta)h(\theta)d(-\theta) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\theta)h(\theta)d(-\theta) \end{aligned} \quad (2-91)$$

因为在 $\theta \neq 0$ 处, $h(\theta) \equiv 0$

把 $x(\tau)$ 、 $x(t-\tau)$ 、 $x(t-\theta)$ 作为随机激励, 则可把 $y(\tau+\theta)$ 、 $y(t)$ 视为系统响应。

2) 单自由度线性系统受单位谐波激励的响应

设单位谐波激励 $x(t) = e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$ 作用到振动系统, 系统传递函数为 $G(\omega)$,

$$x(t) = e^{j\omega t} \rightarrow G(\omega) = \frac{1}{k} H(\omega) \rightarrow y(t)$$

则有系统响应 $y(t)$

$$y(t) = \frac{1}{k} H(\omega) e^{j\omega t} = G(\omega) e^{j\omega t} \quad (2-92)$$

在式 (2-91) 中; $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\theta)h(\theta)d(-\theta)$ 中的 τ 代替 θ ,

$$\text{则有 } y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d(-\tau) \quad (2-93)$$

若设 $x(t-\tau) = e^{j\omega(t-\tau)}$ 代入 2-91, 则有:

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(t-\tau)} h(\tau)d(-\tau) \\ &= e^{j\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} h(\tau)d(-\tau) \end{aligned} \quad (2-94)$$

系统受 $e^{j\omega t}$ 作用时, 响应与受 $e^{j\omega\tau}$ 相同, 设传递函数 $\overline{G(\omega)} = \frac{1}{k} H(\omega)$ 有

$$y(t) = \overline{G(\omega)} e^{j\omega\tau} = \overline{G(\omega)} e^{j\omega t} \quad (2-95)$$

所以 2-94 式等同与 2-95 式

$$\begin{aligned} \overline{G(\omega)} e^{j\omega\tau} &= e^{j\omega\tau} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} h(\tau)d\tau \\ \overline{G(\omega)} &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} h(\tau)d\tau \end{aligned}$$

$$h(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{G(\omega)} e^{j\omega\tau} h(\tau) d\omega \quad (2-96)$$

由此可见 $G(\omega)$ 和 $h(\tau)$ 是一对傅里叶变换对

3) 线性系统受随机激励的响应

(1) 响应的均值 μ_y

设平稳随机激励的均值 μ_x ，按定义有：

$$\mu_x = E[x(t-\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau) d\tau$$

则响应的均值为：

$$\begin{aligned} \mu_y &= E[y(t)] \\ &= E\left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau\right] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} E[x(t-\tau)]h(\tau)d\tau \\ &= \mu_x \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)d\tau \\ &= \mu_x \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-j0\tau}d\tau \\ \mu_y &= \mu_x G(0) \end{aligned} \quad (2-97)$$

a) 积分求和可以互相换顺序,

b) $\mu_x = \text{常数}$,

c) $\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-j0\tau}d\tau = \overline{G(0)}$, $\omega = 0$ 传递函数,

d) $\mu_x = 0$, $\mu_y = 0$, $\mu_x \neq 0$, $\mu_y = \mu_x \overline{G(0)}$,

e) 通常: $T \rightarrow \infty, \mu_y = \mu_x \rightarrow 0$ 。

(2) 响应的自相关函数 $R_y z$

由定义有

$$R_y(\tau) = E[y(t), y(t+\tau)]$$

$$\text{设 } y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1$$

$$y(t+\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2)x(t+\tau-\tau_2)d\tau_2$$

$$\begin{aligned}
R_y(\tau) &= E \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) x(t - \tau_1) d\tau_1, \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) x(t + \tau - \tau_2) d\tau_2 \right] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E [x(t - \tau_1) x(t + \tau - \tau_2)] h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2
\end{aligned}$$

$$\text{所以有 } R_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_x h(t + \tau - \tau_2) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2-98)$$

由激励的自相关函数 $R_x(\tau)$ 与计时的时间 t 无关，因而，响应的自相关函数

$R_y(\tau)$ 也与 t 无关，而仅与时间差 τ 有关，即：

$$\begin{aligned}
R_x(\tau) &= E [x(t), x(t + \tau)] \\
R_x(t + \tau - t) &= R_x(\tau) \\
R_x[(t + \tau - \tau_2) - (t - \tau_1)] &= R_x(\tau + \tau_1 - \tau_2)
\end{aligned}$$

(3) 响应的自功率谱密度函数 $S_y(\omega)$

由 $S_y(\omega)$ 定义有：

$$S_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2-99)$$

$$\begin{aligned}
S_y(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau + \tau_1 - \tau_2) h(\tau_1) h(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \right] e^{-j\omega\tau} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) e^{j\omega\tau_1} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) e^{-j\omega\tau_2} d\tau_2 \\
&\quad \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau + \tau_1 - \tau_2) e^{-j\omega(\tau + \tau_1 - \tau_2)} d\tau
\end{aligned} \quad (2-100)$$

由：

$$(a) \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) e^{j\omega\tau_1} d\tau_1 = \overline{G(-\omega)} = \overline{G^*(-\omega)}$$

$$(b) \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) e^{-j\omega\tau_2} d\tau_2 = \overline{G(\omega)}$$

$$(c) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau + \tau_1 - \tau_2) e^{-j\omega(\tau + \tau_1 - \tau_2)} d\tau = S_x(\omega)$$

$$\text{有 } S_y(\omega) = \overline{G^*(\omega)} \overline{G(\omega)} S_x(\omega) \quad (2-101)$$

$$S_y(\omega) = \left| \overline{G^*(\omega)} \right|^2 S_x(\omega) \quad (2-102)$$

当系统 K 、 M 、 C 已知，则 $\overline{G(\omega)}$ 为已知时，则 $S_x(\omega)$ 很方便可求得。

4) 响应的均方值 ψ_y^2 和方差 σ_y^2

由于 $\psi_y^2 = \mu_y^2 + \sigma_y^2$ ，在 $T \rightarrow \infty$ 时，有 $\mu_y = 0$ ，

所以有 $\psi_y^2 = \sigma_y^2$

由定义 $\psi_y^2 = \sigma_y^2 E[y(t)y(t)]$

所以 σ_y^2 可视为在 $\tau = 0$ 时的 $R_y(0)$,

$$\begin{aligned} R_y(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) e^{j\omega 0} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |\overline{G(\omega)}|^2 S_x(\omega) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |\overline{G(\omega)}|^2 G_x(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (2-103)$$

由于 $\overline{G(\omega)} = \frac{1}{k} H(\omega)$

所以 (2-103) 式可改写为:

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= \psi_y^2 = R(0) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k^2} |H(\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k^2} |H(\omega)|^2 G_x(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (2-104)$$

5) 响应与激励的互相关函数 $R_{xy}(\tau)$ 由定义有:

$$\begin{aligned} R_{xy}(\tau) &= E[x(t)y(t+\tau)] \\ &= E\left[x(t) \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1)x(t+\tau-\tau_1)d\tau_1\right] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} E[x(t)x(t+\tau-\tau_1)]h(\tau_1)d\tau_1 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau-\tau_1)h(\tau_1)d\tau_1 \end{aligned} \quad (2-105)$$

输出的互相关函数 $R_{xy}(\tau)$ 等于输入的自相关函数 $R_x(\tau-\tau_1)$ 与脉冲响应 $h(\tau_1)$ 的卷积积分。

6) 响应的互功率谱密度函数 $S_{xy}(\omega)$

由定义有:

$$\begin{aligned} S_{xy}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau-\tau_1)h(\tau_1)d\tau_1 e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) e^{-j\omega\tau} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau-\tau_1) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \overline{G(\omega)} S_x(\omega) \end{aligned} \quad (2-106)$$

7) 谱相干函数 $\gamma_{xy}(\omega)$

由 (2-102) 式知响应的自谱 $S_y(\omega) = |\overline{G}(\omega)|^2 S_x(\omega)$

由 (2-106) 式知响应的自谱 $S_{xy} = \overline{G}(\omega) S_x(\omega)$

$$\text{定义谱相干函数 } \gamma_{xy}(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_x(\omega) S_y(\omega)} \quad (2-107)$$

将 (2-102) 式和 (2-106) 式代入 (2-107) 式有

$$\gamma_{xy}(\omega) = \frac{|\overline{G} S_x(\omega)|^2}{|\overline{G}(\omega)|^2 S_x(\omega) S_y(\omega)} = 1 \quad (2-108)$$

$\gamma_{xy}(\omega)$ 的应用

- 1) $\gamma_{xy}(\omega) = 1$ ，则系统为线性， $\gamma_{xy}(\omega)$ 偏离“1”的程度，反映了系统非线性特性的程度；
- 2) 判断系统受噪声信号干扰的影响程度。

$$\begin{array}{c} x(t) \Rightarrow \overline{G}(\omega) \Rightarrow Y(t) \Rightarrow Z(t) \\ \uparrow n(t) \end{array}$$

设噪声信号 $n(t)$ 与 $y(t)$ 、 $x(t)$ 互不相关，则：

$$R_{nx}(\tau) = 0, R_{ny}(\tau) = 0 \quad (\text{a})$$

$$\text{并且 } R_{nx}(\tau) = 0, R_{ny}(\tau) \quad (\text{b})$$

$$S_{xz}(\omega) = S_{xy}(\omega) \quad (\text{c})$$

$$\text{设: } R_z(\tau) = R_y(\tau) + R_n(\tau) \quad (\text{d})$$

$$S_z(\omega) = S_y(\omega) + S_n(\omega) \quad (\text{e})$$

$$\begin{aligned} \gamma_{xy}(\omega) &= \frac{|S_{xz}(\omega)|^2}{S_x(\omega) S_z(\omega)} \\ &= \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_x(\omega) \cdot (S_z(\omega) + S_n(\omega))} \\ \text{有: } &= \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_x(\omega) S_y(\omega) + S_x(\omega) S_n(\omega)} < 1 \end{aligned} \quad (2-109)$$

由于分母多了一项 $S_x(\omega) \cdot S_n(\omega)$ ，故 $\gamma_{xy}(\omega) < 1$ ，偏离程度反映了系统受噪声信号影响的程度。

4. 常见随机振动激励谱如下所示：（参考文献[3]）

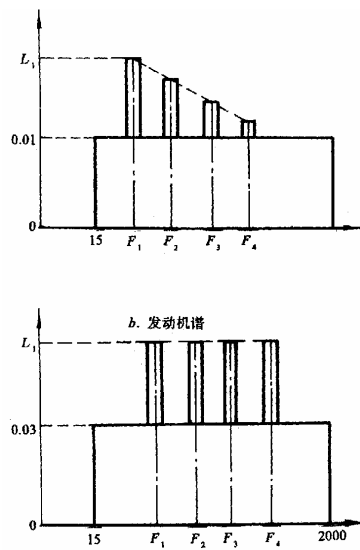


图 2-30 安装在螺旋桨式飞机和发动机上设备的振动谱

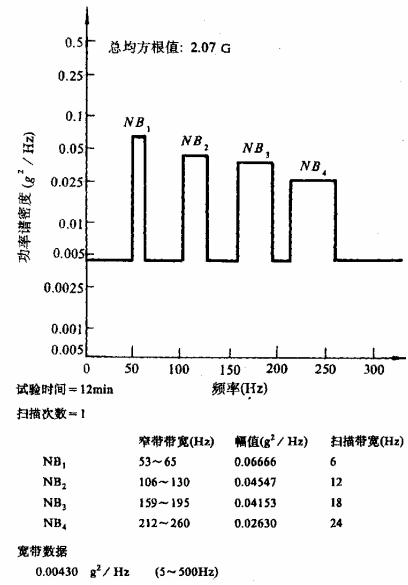


图 2-32 履带车环境（垂直轴）

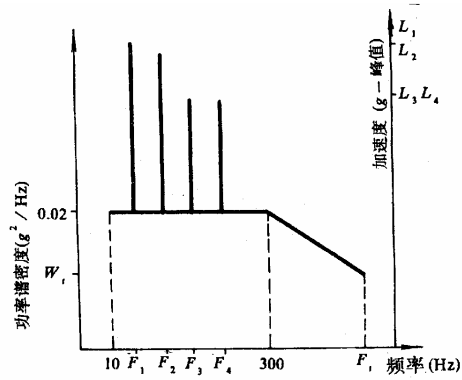


图 2-31 安装在直升飞机上设备的振动谱

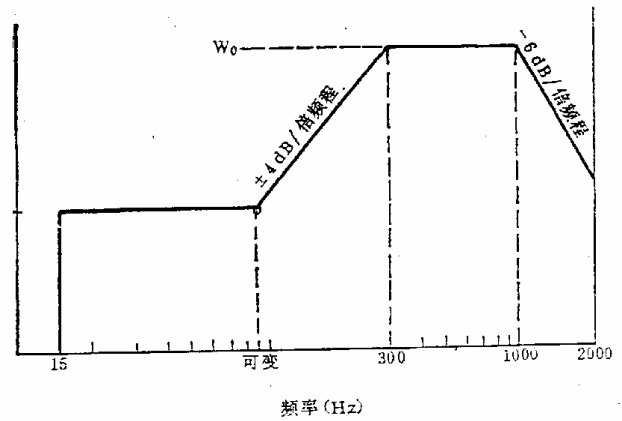


图 2-33 喷气飞机振动谱

图 2.33 喷气飞机振动谱中可变频率点可由下式计算

$$f_{\text{可变}} = \frac{300\text{Hz}}{10\log \frac{W_0}{W_x} + 1} \quad (2.110)$$

§ 3. 电子设备隔振缓冲系统设计与隔振器

当刚性连接的机箱、机柜、显控台无法满足环境试验要求时，可安装隔振系统帮助设备过关。但在大多数情况下，是为了通过隔振系统降低设备受到的振动冲击激励量值，为设备提供较好的力学环境，从而提高设备的安全性、可靠性和使用寿命。当无军品级商品时，在保证设备正常工作的前提下，可采用低一级(如用工业级代替军品级)元器件来降低设备成本。

提高设备结构设计水平和提高设备抗振抗冲击能力是首位的，必须克服完全寄希望于隔振系统的错误设计思想。

1. 振动与冲击隔离系统设计准则

振动与冲击隔离系统(以下简称隔振系统)设计，必须遵循以下准则：

- 1) 隔振器的安装方式必须规范化，标准化；
- 2) 隔振系统设计模块化、系列化；
- 3) 隔离系统的实际传递率必须小于许用传递率，也就是说，隔振系统传递给设备的激励力必须小于设备的许用值；
- 4) 隔振系统必须进行稳定性校验。在激励频率范围内，不得出现有害的耦联振动、共振和非线性自激振荡；
- 5) 隔振系统必须兼有隔振与缓冲功能；
- 6) 所选用的隔振器的抗振、抗冲击特性和环境适应性必须优于被保护设备。在弹性元件失灵后，必须有防护装置。在任何条件下，设备不得处于无支承状态。

2. 隔离系统设计必备的原始资料

在进行隔离系统设计之前，必须对被保护设备、拟选用的隔振器，以及相应的力学环境严酷度等进行摸底，以求获得最佳设计。

- 1) 被保护设备的资料
 - a. 设备总质量及质心在三维空间位置；
 - b. 设备绕各坐标轴的转动惯量；
 - c. 设备在各坐标轴向的一阶固有频率，或危险频率；
 - d. 各隔振器的实际承载量及安装位置；
 - e. 设备与周围设备及舱壁间允许变形空间；
 - f. 设备允许的振动、冲击加速度，或允许的传递率
 - g. 设备试验和工作环境严酷度等级。
- 2) 隔振器资料
 - a. 总外形尺寸、安装孔尺寸；
 - b. 与设备联接方式及螺钉(螺孔)尺寸；
 - c. 刚度或公称载荷下的固有频率；
 - d. 承载方向和承载范围；
 - e. 动态特性 (η_v, η_{ab} 和 η_{sh})
 - f. 校平特性

- g. 推荐的典型布置方案;
- h. 环境适应性及使用场所;
- i. 极限变形量限值;
- j. 蠕变量值;
- k. 使用年限;
- l. 型号及生产厂商;
- m. 诸如可维性、不适合应用场合以及需特殊说明的其它资料。

3.1 电子设备振动隔离系统

隔振是采用弹性、阻尼器件将电子设备与基础隔离的技术措施。降低基础振动传给设备的振动量值称为被动隔振或消极隔振;降低设备振动传给基础或基础附近其它设备的振动量值,称为主动隔振或积极隔振。采用隔振器、阻尼器、阻尼材料等无源元件进行振动隔离的技术措施,称为无源振动控制;采用附加能源输入,并引进伺服控制系统进行振动控制的技术称为有源振动控制。

无源振动控制有二个基本研究方向:加固设计和振动冲击隔离。

加固设计是在振动理论分析与振动实验分析基础上,筛选出抗振抗冲击特性较好的结构和元器件,使电子设备在不加装任何隔振缓冲器的情况下,就能在各种严酷的机械环境条件下安全、可靠地工作,这是加固设计追求的目标。

由于受技术条件或经济成本方面的限制,有时很难实现上述加固设计的要求。采用隔振缓冲技术,减少或避免外界激励对电子设备的有害影响,这便是振动冲击隔离技术。

振动冲击隔离技术是在环境条件严酷等级(激励值)和电子设备允许响应值(即脆值)已知的前提之下,通过对电子设备附加隔振缓冲器来进行保护的技术措施。其基本设计思想是通过隔振器传递给设备的激励值(即设备的响应值)始终小于设备的许用值。换句话说,即使隔振器的传递率小于设备的许用传递率,若定义设备的许用传递率为

$$[\eta] = \frac{\text{设备许可响应值}}{\text{环境条件界限}} = \frac{[A]}{A_p} \quad (3.1)$$

那么,当隔振器的实际传递率为 $\eta_{\text{实}}$ 时,则应有 $\eta_{\text{实}} \cdot A_p \leq [A]$ 或 $\eta_{\text{实}} < [\eta]$

式中 A_p ——广义激励的峰值,它可以表示位移、速度、加速度和力;

$[A]$ ——广义的许用响应值,它可以表示位移、速度、加速度和力。

但传递率应为同一物理参数的峰值比。

对电子设备的结构薄弱环节进行加固设计,而整机则采用隔振缓冲系统加以保护,是目前工程应用中较为普遍而又经济可靠的设计方法。

3.1.1 单自由度隔振系统

1 隔振概念

现以图3.1所示的单自由度隔振系统为例,说明隔振技术的基本概念。图示系统中,刚性质量块代表电子设备,它通过弹簧 k 和阻尼 c 组成的隔振器与基础相联。当设备只能在垂向运动时,系统是一维振动(即单自由度振动)。隔振器的性能可通过对图施加基础正弦激励和对图中的质量 m 施加正弦力激励的稳态正弦响应特性来评价。评价指标是传递率。

绝对传递率 传递率是隔振器传递的力或运动衰减能力的评价指标。当振源是基础振动(运动激振)时,绝对传递率是绝对坐标系中电子设备的响应振幅与基础振幅之比。当振

源是设备内部的振荡力(力激励)时,绝对传递率是传到基础上的力幅与激励力幅之比。

相对传递率 相对传递率是隔振器的相对变形幅值与基础激励幅值之比。相对变形量是隔振器容许位移空间的变量。该特性对于消极隔振较为重要。

运动响应 运动响应有时又称为动力放大因子,它是设备响应的位移振幅与当量静变形(激励力幅除以隔振器静刚度 (F_0 / K))之比。当设备受到激励力作用时,隔振器必须具有使设备自由运动的位移空间。

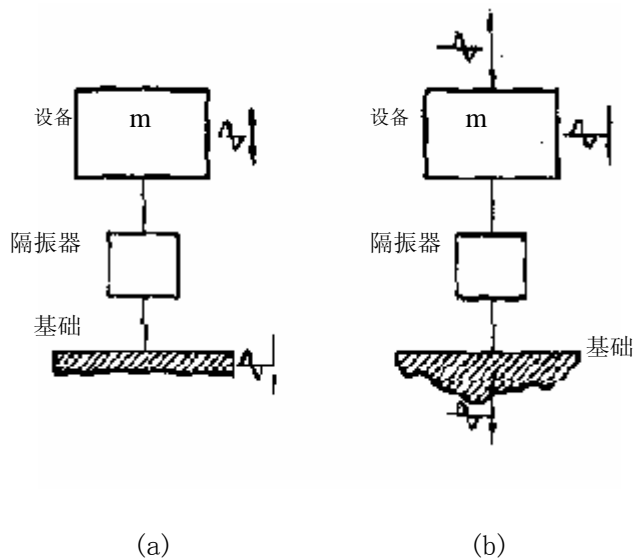


图3.1 隔振器系统示意图

(a) 在基础上施加的运动为 z_0 , 传到设备上的运动为 x 时的隔振;

(b) 在设备上施加力 F , 传到基础上的力为 F_t 时的隔振

2 隔振器的弹性阻尼特性和传递率

隔振器的基本特征是它具有弹性承载和能量耗散能力。在某些类型的隔振器中,承载和能量耗散功能由同一个元件来实现,例如天然或合成橡胶,在其它类型的隔振器中,弹性承载元件可能缺少足够的能量耗散功能,例如金属弹簧;所以要另外提供单独的能量耗散元件(阻尼器)。为了分析方便,假设弹簧和阻尼器是分开的元件,一般假设弹簧是线性,没有质量的;承载能力的非线性和质量对隔振的影响本章不讨论。

表3.1给出了各类阻尼器和理想弹簧组成的隔振器的理想模型。

a) 刚性连接粘性阻尼器 一个粘性阻尼器 c 被刚性连接在设备和它的基础之间,如表

3.1(a)所示。这种阻尼器具有这样的特性,即传递到设备的阻尼力 F_c 与阻尼器中相对速度 $\dot{\delta}$ 成正比,即 $F_c = c\dot{\delta}$ 。这种阻尼器有时也称为线性阻尼器。

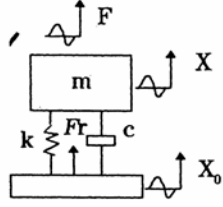
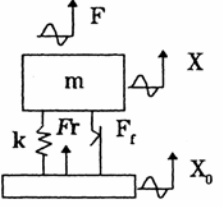
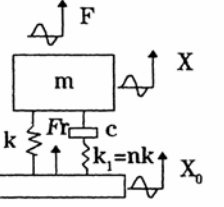
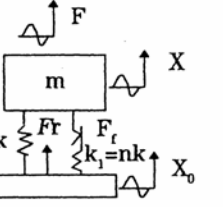
b) 刚性连接Coulomb阻尼器 表3.1(b)给出了一个具有刚性连接的Coulomb阻尼器的隔振系统,阻尼器加在系统质量上的力 F_f 是常数,和阻尼器的位置与速度无关,但是它的方向总是和阻尼器中的相对速度相反。

c) 弹性连接的粘性阻尼器 弹性连接的粘性阻尼器如表3.1(c)所示。粘性阻尼器 c 和刚度为 k_1 的弹簧串联;承载弹簧(刚度为 k) 和阻尼器弹簧之间有关系 $n = k_1 / k$ 。这类阻尼系统有时也称为粘性松弛系统。

d) 弹性连接Coulomb阻尼器 弹性连接的Coulomb阻尼器如表3.1(d)所示,摩擦元件只能传递在阻尼器弹簧 k_1 中出现的力。当阻尼器滑动时,摩擦力 F_f 和阻尼器的速度无关,但总向着和速度相反的方向。

表3.1中所列各类隔振器的传递率如表3.2所示。表中绝对传递率 η_A 是绝对坐标系下响应幅值与激励幅值之比。相对传递率 η_R 是激励与响应的相对变形量与激励幅值之比。运动响应 η_M 为响应的幅值与当量静变形 F/K 之比。

表3.1 理想化的隔振器的类型

(a) 刚性连接粘性阻尼器	(b) 刚性连接 Coulomb 阻尼器	(c) 弹性连接粘性阻尼器	(d) 弹性连接 Coulomb 阻尼器
			
激 振			
$X_0 = A_0 \sin \omega t$ $F = F_0 \sin \omega t$	$X_0 = A_0 \sin \omega t$ 或 $\ddot{X}_0 = A_0 \omega^2 \sin \omega t$ $F = F_0 \sin \omega t$	$X_0 = A_0 \sin \omega t$ $F = F_0 \sin \omega t$	$X_0 = A_0 \sin \omega t$ 或 $\ddot{X}_0 = A_0 \omega^2 \sin \omega t$ $F = F_0 \sin \omega t$
响 应			
$x = A \sin(\omega t + \theta)$			
$\delta = \delta_0 \sin(\omega t + \theta)$ 其中 $\delta = x - x_0$			
$F_T = (F_T)_0 \sin(\omega t + \theta)$			
频率参数			
$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ($c = 0$)	$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ($F_f = 0$)	$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ($c = 0$) $\omega_0 = \sqrt{(n+1)k/m}$ ($c = \infty$)	$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ($c = 0$) $\omega_0 = \sqrt{(n+1)k/m}$ ($c = \infty$)
阻尼参数			
$c_c = 2\sqrt{k/m}$ $\xi = c/c_c$	$\xi = \frac{F_f}{\pi \delta \omega}$	$c_c = 2\sqrt{k/m}$ $\xi = c/c_c$	$\xi = 0 (F_f \geq k_1 \xi)$ $\xi = \frac{F_f}{\pi \delta \omega}$

注：1) 实质上，这两种激振是相同的，把它们用两种数学形式来表示是为了定义库仑阻尼的阻尼参数时方便一些

2) 在隔振问题中，我们只对响应的大小感兴趣。所以，相位角通常略去不写，余同。

3) 表 3.1 和表 3.2 中,阻尼比用 ξ 表示(表示即 $\xi = D = c/c_c$)。

表 3.2 表 3.1 中定义的隔振系统的传递率和运动响应

(当公式绘有曲线时，在公式下面给出了曲线所在的图号，关于名词的定义可参看表 3.1)

阻尼器类型	绝对传递率 $\eta_A = \frac{A}{A_0} = \frac{F_T}{F_0}$	相对传递率 $\eta_R = \frac{\delta_0}{A_0}$	运动响应 $\eta = \frac{A}{F_0/k}$
刚性连接 粘性阻尼器	$\sqrt{\frac{1+4\xi^2 r^2}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2 r^2}}$ 图 3.2	$\sqrt{\frac{r^4}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2 r^2}}$ 图 3.3	$\sqrt{\frac{1}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2 r^2}}$ 图 3.4
刚性连接 Coulomb 阻尼器	$\sqrt{\frac{1+(\frac{4}{\pi}\xi)^2(1-2r^2)}{(1-r^2)^2}}$ 图 3.6	$\sqrt{\frac{r^4 - (\frac{4}{\pi}\xi)^2}{(1-r^2)^2}}$ 图 3.7	$\sqrt{\frac{1 - (\frac{4}{\pi}\xi)^2}{(1-r^2)^2}}$
弹性连接 粘性阻尼器	$\sqrt{\frac{1+4(\frac{n+1}{n})^2 \xi^2 r^2}{(1-r^2)^2 + \frac{4}{n^2} \xi^2 r^2 (n+1-r^2)^2}}$ 图 3.5	$\sqrt{\frac{r^2 + \frac{4}{n^2} \xi^2 r^2}{(1-r^2)^2 + \frac{4}{n^2} \xi^2 r^2 (n+1-r^2)^2}}$	$\sqrt{\frac{1 + \frac{4}{n^2} \xi^2 r^2}{(1-r^2)^2 + \frac{4}{n^2} \xi^2 r^2 (n+1-r^2)^2}}$
弹性连接 Coulomb 阻尼器	$\sqrt{\frac{1+(\frac{4}{\pi}\xi)^2(\frac{n+1}{n} - 2\frac{n+1}{n}r^2)}{1-r^2}}$ 图 3.10	$\sqrt{\frac{r^4 + (\frac{4}{\pi}\xi)^2(\frac{2r}{n} - \frac{n+2}{n})}{1-r^2}}$ 图 3.11	

- 1) 仅当激振是由位移振幅定义时, 这些方程才适用;
- 2) 这些曲线仅对最阻佳尼适用;
- 3) 这些曲线仅当 $n=3$ 时适用;
- 4) 仅当激振用位移振幅定义时, 这个方程才适用。

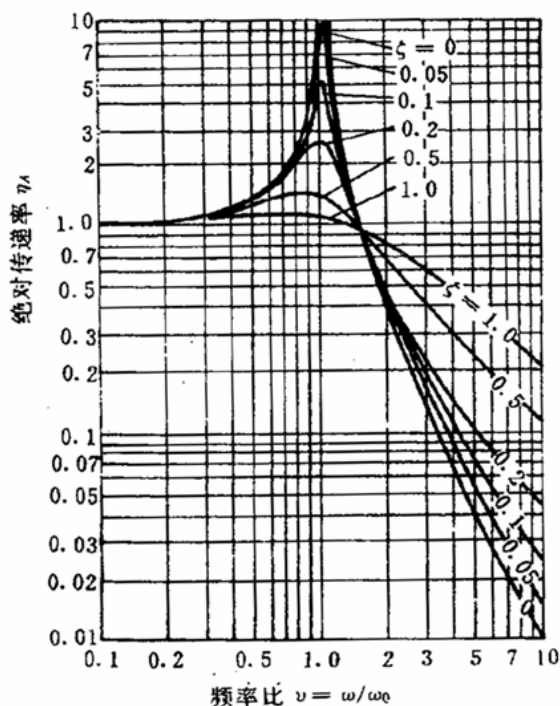


图 3.2 刚性连接、粘性阻尼隔振系统(表 3.1 (a))的绝对传递率,它是频率比 ω/ω_0 和阻尼比 ξ 的函数。对于基础运动激振,绝对传递率是 A/A_0 (图 3.1 (a)),对于设备中力的激振(图 3.1 (b)),绝对传递率是 F_T/F_0 。

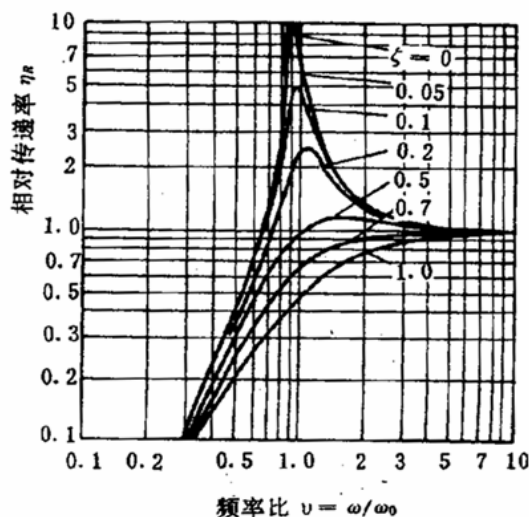


图 3.3 刚性连接、粘性阻尼隔振系统(表 3.1 (a))的相对传递率,它是频率比 ω/ω_0 和阻尼比 ξ 的函数。相对传递率描写了设备和基础之间的运动(即隔振器的挠度)。

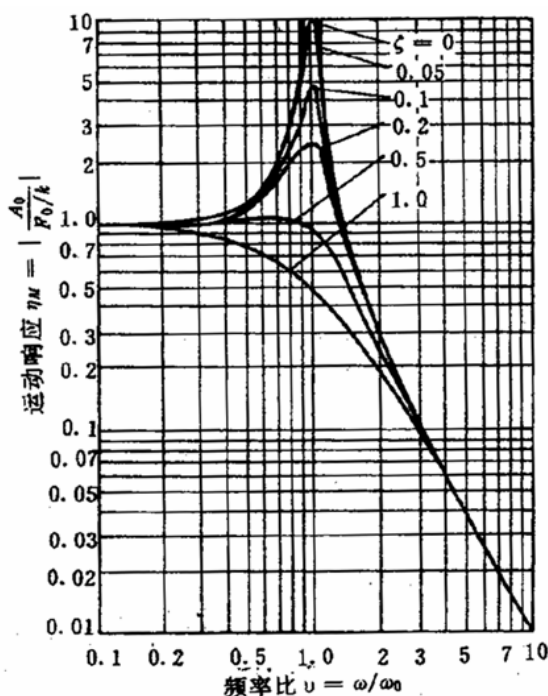


图 3.4 刚性连接、粘性阻尼隔振系统(表 3.1 (a))的运动响应,它是频率比 ω/ω_0 和阻尼比 ζ 的函数,曲线上用激振力 F 和隔振器的静态刚度 k 给出了设备的运动 x

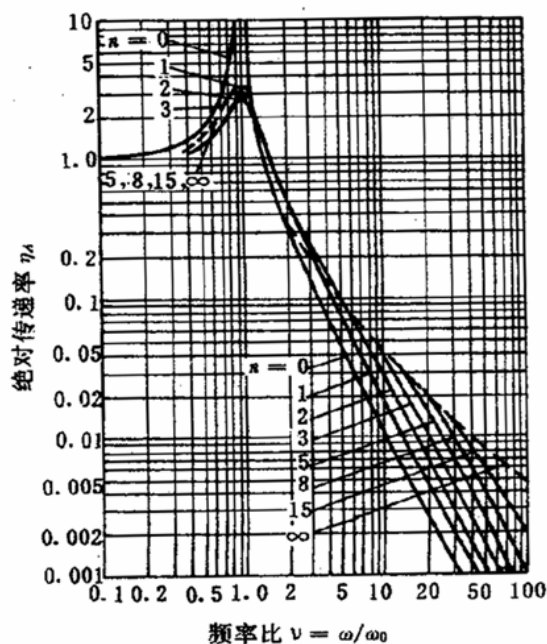


图 3.5 表 3.1 (a) 和 (c) 所示的刚性和弹性连接粘性阻尼隔振系统的绝对传递率的比较。二者都是频率比 ω/ω_0 的函数。实线是弹性连接阻尼器的曲线, n 是阻尼器刚度和主支承弹簧刚度之比, 两个系统的临界阻尼比都是 $\zeta = c/c_c = 0.2$ 。在高频情况下, 刚性连接阻尼器的传递率以每倍频程 6dB 的比率下降, 而弹性连接阻尼器则以每倍频程 12dB 的比率下降

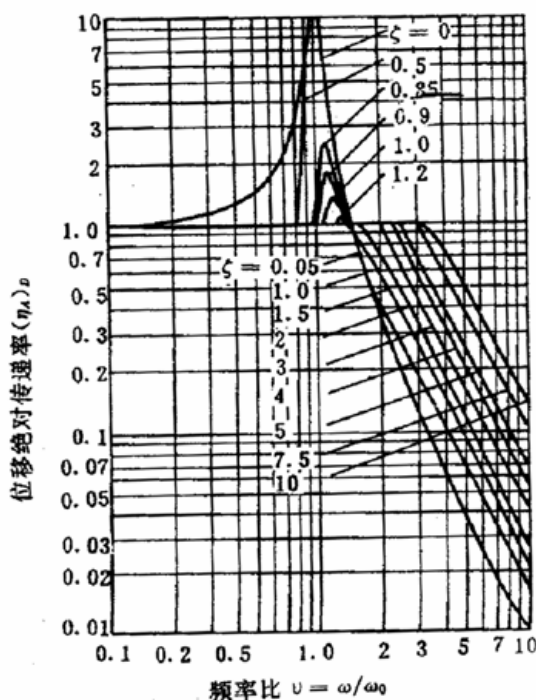


图 3.6 表 3.1(b) 所示的刚性连接 Coulomb 阻尼隔振系统的位移绝对传递率,它是频率比 ω/ω_0 和位移 Coulomb 阻尼参数 ζ 的函数

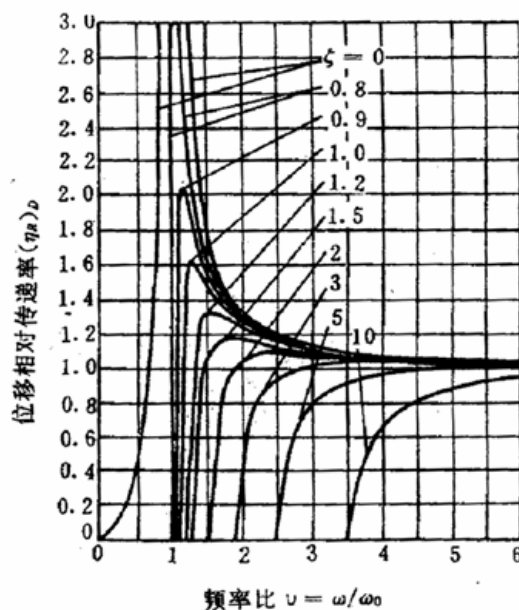


图 3.7 表 3.1(b) 所示的刚性连接 Coulomb 阻尼隔振系统的相对位移传递率,它是频率比 ω/ω_0 和位移 Coulomb 阻尼参数 ζ 的函数

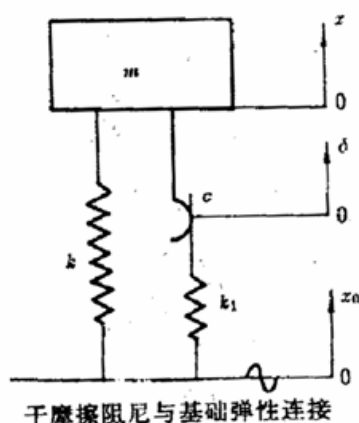


图 3.8 干摩擦阻尼与基础弹性联接

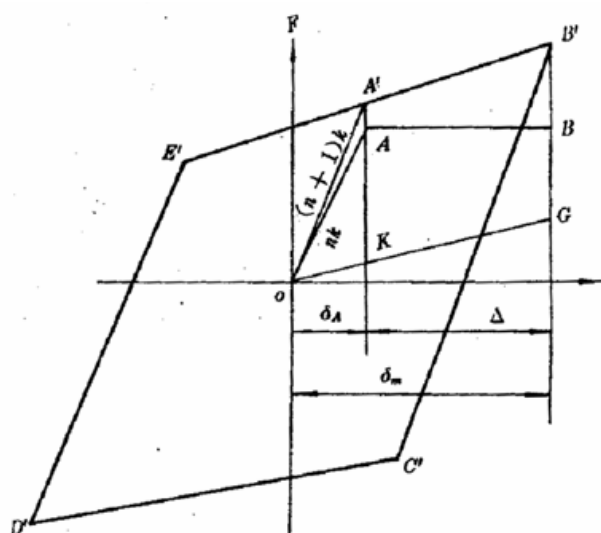


图 3.9 $F-\delta$ 关系曲线

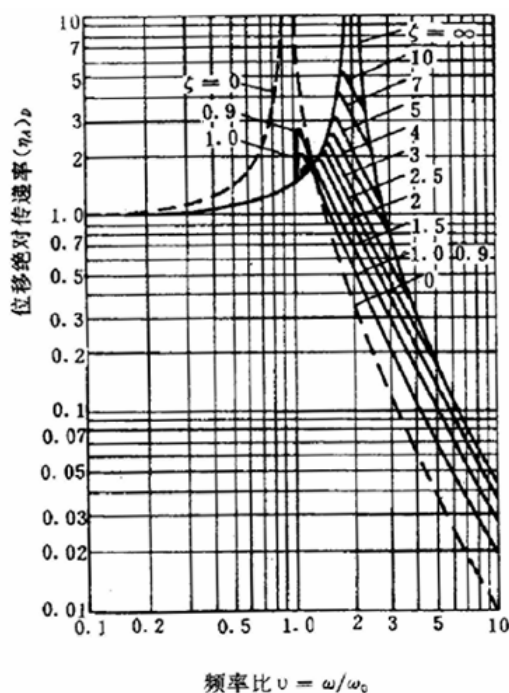


图 3.10 表 3.1(d) 所示的弹性连接库仑阻尼隔振系统的位移绝对传递率, 阻尼器弹簧的刚度由 $n=3$ 确定。这组曲线给出了设备的绝对位移振幅和施加在基础上的位移振幅的比值, 它是频率比 ω/ω_0 和位移 Coulomb 阻尼参数 ζ 的函数

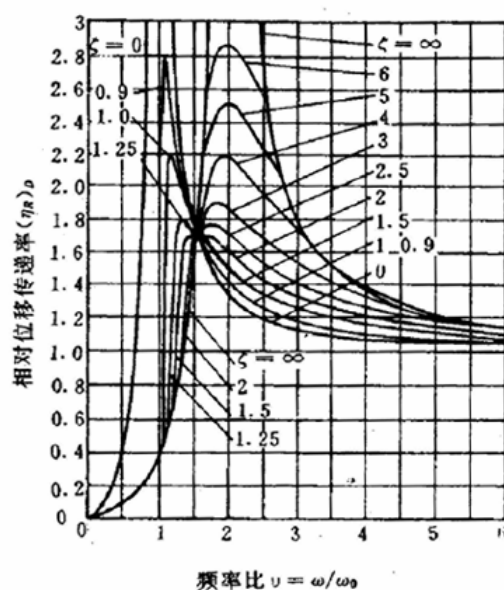


图 3.11 表 3.1(d) 所示的弹性连接 Coulomb 阻尼隔振系统的相对位移传递率, 阻尼器弹簧的刚度由 $n=3$ 确定。这组曲线给出了相对位移振幅(隔振器最大挠度)和施加在基础上的位移振幅的比值, 它是频率比 ω/ω_0 和位移 Coulomb 阻尼参数 ζ 的函数

3. 1. 2 标准传递率曲线

对于机械振动系统,共振现象通常总是难以避免的。为了防止隔振系统过大的共振传递率对设备的损害,IEC68-2.6 在 1982 年第五版中的试验 F_c (正弦振动试验) 导则中规定:隔振器的传递率应在 图 3.12 所示的 A,B,C 三条曲线所包络的范围之内,即最大共振传递率 $(\eta_r)_{\max} \leq 5$ 。其中

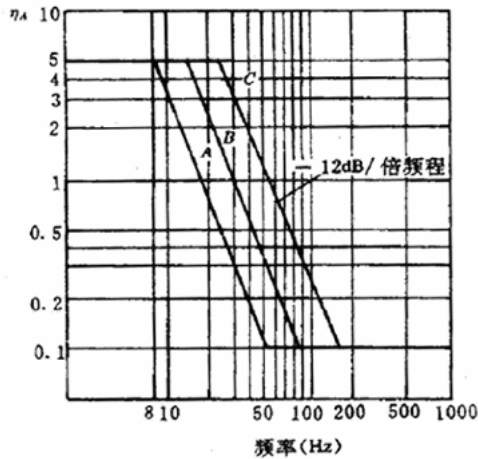


图 3.12 IEC 标准传递率曲线

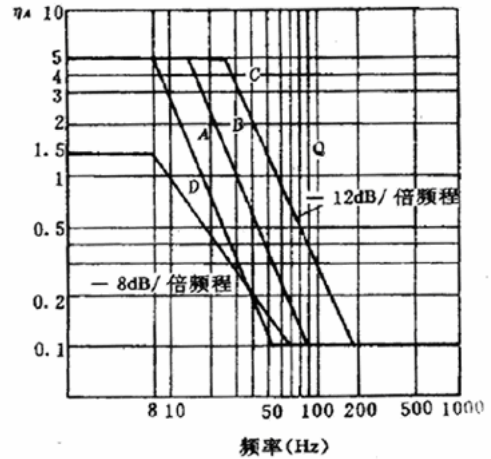


图 3.13 GB 标准传递率曲线

曲线 A: 适用于仅考虑单自由试时,其共振频率不超过 10Hz;

曲线 B: 适用于仅考虑单自由度时,其共振频率在 10~20Hz 之间;

曲线 C: 适用于仅考虑单自由度时,其共振频率在 20~50Hz 之间,具有低回跳特性的有载隔振器。

A, B, C 曲线的斜率为 -12dB/oct 。

1986 年底,电工电子产品环境标准化委员会对国家标准 GB2424.7 进行修订时,增加了一条反映我国 80 年代研制的新型隔振器特点的传递率曲线——D 曲线。D 曲线的斜率规定为 -8dB/oct 。它适用于仅考虑单自由度时,系统的固有频率小于 5Hz,最大共振传递率 $(\eta_A)_{\max} \leq 1.5$ 的高性能隔振器(见图 3.13)。

综合以上特征 $A_{p\text{实}}(f) = \eta(f) \cdot A_p(f)$, 用于电子设备的各类隔振器的隔振传递率应在 A, B, C, D 曲线中的任一条曲线范围之内。对于传递率超出 C 曲线范围的隔振器,其传递率用 Q(其它)表示,在隔振系统设计中,应避免使用。

电子设备实际使用时带隔振器,而在进行环境试验时,因无现成的合适夹具,否则要另行设计专用试验夹具;或因振动台承载能力限制,无法使用带安装隔振器的夹具一起进行试验等客观原因,希望将电子设备直接安装在振动台进行环境试验。从纯理论上讲,根据电子设备等效损伤(等效响应)理论,可将标准传递率曲线 $\eta(f)$ 作为加权因子,对环境试验的严酷等级

$A(f)$ 进行修正。但目前没有相关标准规范加以规定,故任何修正是没有法律依据的。

显而易见,以上等效理论只有在确认该系统为绝对解耦的一维振动情况下才可使用。

3.2 多自由度隔振系统设计

前面讨论的单自由度系统仅适用于说明隔振的基本原理，但是对于许多实际问题则是过于简化了。弹性支承的质量发生单向位移的条件与许多实际应用的要求是不符的。一般地说，必须按照给定的力和位移以及弹性约束所规定的限制，考虑在所有方向上的运动自由度。

由于电子设备自身的固有频率 f_{n1} ，随着抗振设计水平的提高而不断增大，对于中大型电子设备，其一阶固有频率在铅垂向可达20Hz以上，水平横向可达10Hz以上；对于小型电子设备其一阶固有频率在铅垂向可达30Hz以上。不过，扭转频率一般较低。现在，随着结构、工艺材料等的技术发展，隔振器的固有频率 f_{n2} 则可达到2~5Hz，两者的比值(f_{n1} / f_{n2})也越来越大。所以，在工程中，往往把电子设备加装隔振器后所组成的隔振系统简化为单质体多自由度系统来讨论。这种简化尽管有一定局限性，但对工程振动分析而言，还是较为合理的。

在讨论多自由度线性振动系统的有关章节中，介绍了矩阵解耦的问题，即将矩阵 $[M]$ 和 $[K]$ 转换成对角阵 $[\Lambda]$ 和 $[\mathbf{K}]$ 的模态变换。尽管这种变换是为了简化求解系统特征值而在数学上所作的处理，而实际上，真实的系统并没有真正解耦。但是，它给我们指明了解耦设计的基本原理：使刚度矩阵和质量矩阵同时为对角阵，即系统的刚度中心与质量中心重合。

电子设备隔振系统设计的主要任务是避免或抑制系统的共振——抗共振设计和避免或减少耦合振动——解耦设计，即工程中的隔振器选择(或设计)与布局。抑制共振的方法，主要是附加适当阻尼和将共振频率设计在激励频带之外。

本节着重介绍单质体多自由度系统的振动特点以及隔振系统工程解耦设计的基本原理和工程设计方法。

3.2.1 耦合振动和解耦设计

如前所述，只有隔振系统的刚度矩阵和质量矩阵同时都为对角线矩阵时，系统的各阶固有振动才是解耦的。其物理意义是：当一个坐标方向上的振动方式必然引起其它坐标方向的振动时，则称它们之间是耦合的；反之，则它们之间是解耦的。

在工程中，解耦的方法是通过修改结构设计(如重新布置元器件、结构件的位置)和选配隔振器的参数或安装位置，使质量中心与刚度中心重合来实现的。

1) 弹性耦合与解耦方法

取质量中心C为坐标原点0，可使质量矩阵为对角线矩阵。图3.14所示隔振系统的运动微分方程为

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\phi}_x \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_1 a_1 - k_2 a_2 \\ k a_1 I_1 - k_2 a_2 & k_1 a_1^2 + k_2 a_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \phi_x \end{Bmatrix} = 0$$

(3.2)

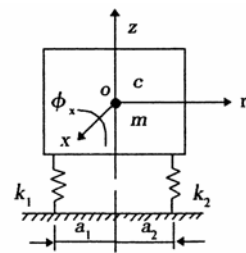


图3.14 弹性耦合系统

当 $k_1 a_1 - k_2 a_2 \neq 0$ ，则刚度矩阵不为对角阵，必然有 z 和 ϕ_x 间的耦合，而这种耦合振动是通

过弹性元件进行的，故称为弹性耦合。

解耦的条件是使 $k_1 a_1 - k_2 a_2 = 0$ 。若 $a_1 = a_2$ 时(质心C在几何形心)，则有 $k_1 = k_2$ 。此时，

应选用刚度相同的隔振器。若 $a_1 \neq a_2$ 时(质心不在几何形心)，使 $k_1 = \frac{a_2}{a_1} k_2$ 这便是正刚度调

配法，此时应注意选配合适的隔振器刚度。

2) 惯性耦合与解耦

由于电子设备是由许多离散质量的构件组成，因此其质心偏离几何中心的情况是绝对存在的。如图3.15所示的隔振系统，假设设备关于YOZ平面对称，故可将其简化为平面问题来讨论。

取刚度中心为坐标原点($k_1 a_1 = k_2 a_2$)。由于 $I_0 = I_c + e^2 m$ ，并且系统惯性力为 $m\ddot{z} + me\ddot{\phi}_x$ ，

及惯性力矩分别如下： $(I_c + e^2 m)\ddot{\phi}_x + m\ddot{z}e$

其运动微分方程为

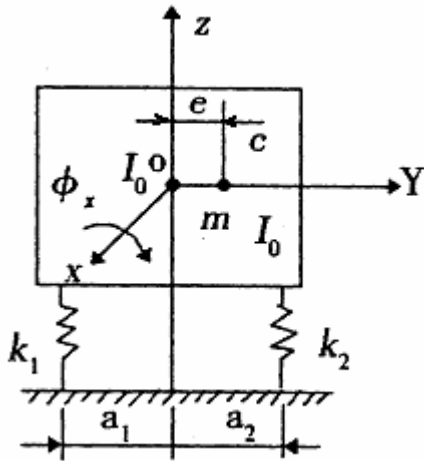


图3.15 惯性耦合系统

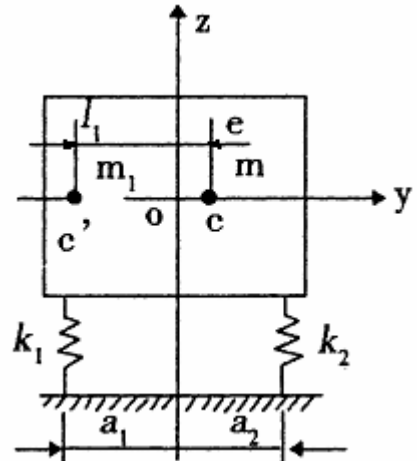


图3.16 配重法解耦系统

$$\begin{bmatrix} m & me \\ me & I_c + me^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\phi}_x \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & 0 \\ 0 & k_1(a_1 + e)^2 + k_2(a_2 - e)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \phi_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

由于耦合是系统惯性力相互作用引起的，故称为惯性耦合。惯性解耦方法可采用配重法和刚度适配法。

(1) 配重法

配重法是通过在电子设备加装配重，把质量中心C调配到刚度中心O，使两者重合。

在CO延长线C'点处加装质量 m_1 ，如图(3.16)，使 $m_1 l_1 = me$ ，其微分方程为

$$\begin{bmatrix} m + m_1 & 0 \\ 0 & I_c + me^2 + m_1 l_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\phi}_x \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & 0 \\ 0 & k_1 a_1^2 + k_2 a_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z \\ \phi_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

(2) 正刚度适配法和负刚度适配法

在三轴向的共振传递率小，最好具有无谐振峰特性($\eta_v \leq 1$)。弹簧特性应为线性，否则会引起非线性亚谐、超谐共振，降低隔振系统的稳定性；

耦联振动小，最好具有解耦特性，从而提高系统的稳定性。

在规定的振动冲击条件下，隔振系统应具有隔振与缓冲两种功能。其动态特性应向理论动态特性逼近（图3.27）。

在颠振、冲击激励下，隔振缓冲系统输出的加速度应小于外激励加速度，并且还必须小于设备的许用加速度。因此，GJB510 “无谐振峰隔振器总规范”规定；无谐振峰隔振器的动态特性指标必须满足：

隔振传递率 $\eta_v \leq 1$ ；

冲击传递率 $\eta_{sh} \leq 0.8$ ；

平均碰撞传递率 $\eta_{bu} \leq 0.8$ 。

2) 隔振器安装方式标准化

隔振器的安装方式和组合形式不仅确定了隔振器的动态特性和稳定性，同时也确定了隔振器的弹性阻尼特性和结构设计的准则。因此，隔振器安装方式的标准化是隔振系统设计和隔振器设计的先决条件。

军用电子设备常用的隔振器安装方式如图3.18所示。图中，电子设备的质心与坐标原点重合，在分析时，可使隔振系统关于惯性解耦。

图3.18中的(a)，(b)，(c)为重心平面安装隔振系统，其中(a)，(b)适用于机载电子设备，(c)适用于邮电、通信等电信单元模块比较简单，并采用框架式机柜的电子设备。

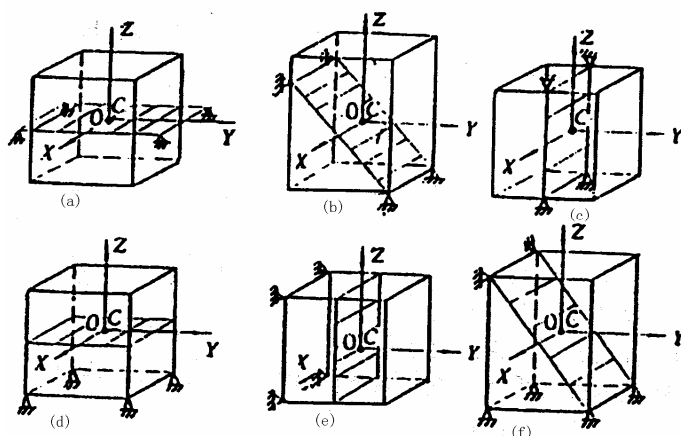


图 3.18 电 子 设 备 安 装 方 式

图 3.19 站 直 式 壁 挂 隔 振 系 统

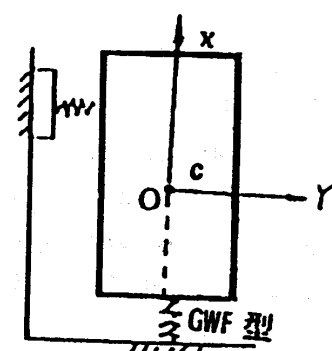


图3.18(d)是底部安装隔振系统，适用于支撑底平面较大，重心较低的中、小型电子设备。图3.18(e)为壁挂式侧面安装系统，在三轴向均会引起剧烈的耦合振动，但它是海军标HJB68<<舰艇电子装备机箱、机柜、显控台通用规范>>中规定的机箱隔振系统。严格执行标准对电子设备不利；如改变安装方式则有违标准的严肃性。这将使设计人员左右为难。

某研究所的电子机箱，在总体安装空间不变的前提下，底部采用两只GWF型隔振器，背部采用两只阻尼器，组成图3.19所示的站立式壁挂隔振系统，经试验证实，隔振效果和稳定性均有明显改善。由此可见，安装方式标准化是十分关键的问题。

图3.18 (f)是HJB68【6】标准中规定的背架式隔振系统。该系统适用于中、大型机柜和显控台。是目前应用最多的安装形式。该系统对底部承载隔振器和非承载的背部隔振器的弹性阻尼特性的要求是不相同的，并且只有在两者匹配较好时，才能获得无共振、低耦合的系统动态特性。

安装方式和隔振器工作高度 H_0 标准化，对系统和隔振器的动态特性、匹配选用及生产制造过程有着决定性影响，在标准制定时，应综合考虑各种因素的互相影响，确定较为合理的安装方式和外形尺寸。

3.3 电子设备冲击隔离基础

冲击隔离与振动隔离一样，也可分为主动和被动冲击隔离两类。由于两类冲击隔离在原理上十分相似，并且，大多数电子设备自身是非冲击源，故本章的重点放在讨论被动冲击隔离问题，但就其冲击隔离理论而言，并不失其一般性。

如果把冲击激励看成作用很短的样本函数，利用随机振动的分析方法，可求得它们的自功率谱密度函数，然而，即使把冲击激励简化为矩形脉冲，其激励的自功率谱密度函数也是超越函数。此时，求解冲击隔离系统响应方差的解析式是十分困难的。由此可见，采用频域解析方法研究单自由度线性系统的冲击隔离问题显得非常困难；用它来研究多自由度系统或非线性系统的冲击隔离问题更是困难了。为此采用时域分析方法研究冲击隔离问题是本章的特点之一。

工作在各类运载工具上的军用电子设备，总是受到振动和冲击两种激励环境的作用，为电子设备设计的隔离系统，必须同时兼有隔振与缓冲两种功能。本章给出了兼有两种功能的隔离系统的期望特性曲线和设计原则。

在评价冲击隔离系统有效性时，如果电子设备的机箱或基板等不为刚体，则非刚性构件对冲击隔离效果的影响，也在本章作了简要介绍。

3.3.1 冲击隔离效果的评价指标

1) 冲击传递率 η_{sh}

隔振器的缓冲特性是利用它的弹性元件和阻尼元件储存或耗散冲击时的能量，以减小传递到设备上的冲击脉冲峰值。这使得设备中的元器件、结构中的动应力低于其材料的强度限或屈服限，从而避免或减弱冲击脉冲对设备的有害影响。因此，冲击传递率 η_{sh} 是考核隔振器性能的重要指标之一。

根据国家标准(如GB2423.5试验 E_a ，冲击试验)中的规定，冲击传递率 η_{sh} 定义为设备受冲击脉冲作用后的设备响应加速度峰值 \ddot{A}_p 与冲击脉冲加速度峰值 \ddot{A}_{op} 之比，即

$$\eta_{sh} = \frac{\ddot{A}_p}{\ddot{A}_{op}} \quad (3.6)$$

为了消除残余响应对试验结果的影响。国家标准规定，在进行冲击试验时，第二个冲击脉冲作用前，应使设备响应值趋于零。或相邻二个冲击脉冲的时间间隔应不小于2秒。

2) 平均碰撞传递率 η_{ba}

碰撞与冲击的区别在于碰撞脉冲是连续的重复脉冲，故有时也称碰撞为颠簸；而冲击脉冲是单个脉冲。此外，碰撞脉冲的频谱是离散谱，冲击频谱是连续谱也是本质区别的标志。尽管冲击和碰撞有以上的区别，但两者的隔离系统设计理论是相似的；并且当相邻两个碰撞脉冲的影响互不相关时，其隔离系统的设计理论是完全相同的。当相邻两个碰撞脉冲互相关时，碰撞隔离系统的设计仅比冲击隔离系统多考虑一个问题，即如何选择隔离系统的固有频率和阻尼，使两个相邻脉冲变为互不相关。因此不单独讨论碰撞隔离系统的隔离问题。但由于碰撞是连续脉冲，残余响应与后一个脉冲的叠加难以避免，且叠加时的相位，量值均带有随机性，每一个脉冲作用下的传递率有差异，故用平均碰撞传递率这一指标来评价碰撞隔离系统的隔离效果。平均碰撞传递率 η_{ba} 是考核隔振器衰减连续碰撞脉冲能力的重要标志。

国家标准(GB2423. 6试验 E_b 碰撞试验方法)中规定，碰撞试验的严酷等级由碰撞脉冲(脉冲波形、脉冲峰值加速度 \ddot{A}_{op} 和脉冲宽度 τ)，碰撞速率(1~3次/秒)和总碰撞次数 N (1000~10000次)三者共同确定。

当相邻二个碰撞脉冲作用时，在前一个碰撞脉冲作用后，如果因隔振器的阻尼较大，或者碰撞速率较低，在后一个碰撞脉冲作用之前，质量 m 的响应已趋于零时(即 m 恢复到静止状态)，则称相邻两个碰撞脉冲的影响互不相关。简言之，如图3. 20所示，当质量 m 的总响应时间 t_0 小于碰撞脉冲周期 T 时，相邻两碰撞脉冲的影响为互不相关。反之，如图3. 21所示，当响应时间 t_0 大于碰撞脉冲周期 T 时，相邻两碰撞脉冲的影响为互相关。相邻两个碰撞脉冲对隔振器特性的影响是否相关，与隔振器的固有频率、阻尼比、碰撞脉冲的周期(碰撞速率)以及 $t_0 > T$ 后的残余响应与后一个碰撞脉冲之间的相位差等因素有关。

同一次碰撞脉冲作用的碰撞传递率 η_{bi} 的定义和计算方法与冲击传递率 η_{sh} 相同

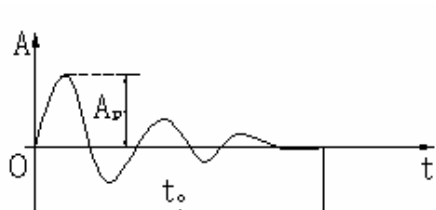


图3. 20两碰撞脉冲互不相关

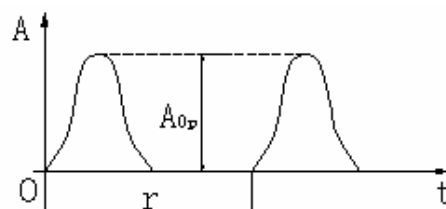


图3. 21两碰撞脉冲互相关

由于各个碰撞脉冲作用时的碰撞传递率 η_{bi} 不是恒值，故原电子专业标准SJ / T 10178—91《隔振器特性测试方法》中规定：在总碰撞次数 N 中的最后100个碰撞脉冲作用下所获得的100个 η_{bi} 中，取自大到小排列的前10个较大值(η_{bi}) j 的算术平均值，定义为平均碰撞传递率 η_{ba}

$$\eta_{ba} = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} (\eta_{bi})_j \quad (3.7)$$

3.3.2 隔振缓冲系统的期望动态特性

用于军用电子设备的振动冲击隔离系统，必须兼有隔振与缓冲两种功能。振动冲击隔离系统的期望动态特性是隔离系统设计的优化目标函数。

1) 隔振系统要求的期望态特性

从振动隔离系统要求出发，隔振系统的期望动态特性应满足如下设计要求或原则：

a) **非耦合或弱耦合原则** 耦合振动对隔离系统极为有害，故应采取各种技术措施以使隔振系统解耦，并消除耦合振动的有害影响。

b) **低固有频率(f_n)原则** 在理论上讲，隔振系统的固有频率越低越好。这样，可使共振放大区的频率带宽变窄，并可在较低的频率点上进入隔振区。最理想的情况是使 $f_n \approx 0$ ，但 $f_n \neq 0$ ，这是因为当 $f_n = 0$ 时的隔振系统是非稳定系统。

c) **线性特性** 在正弦扫频激励时，非线性系统将不可避免地出现系统响应值的“跳跃”现象，使隔振系统动态稳定性变差。线性隔振系统的连续缓变动态响应特性可克服非线性系统的不足。

d) **变阻尼(无共振峰)特性** 隔振系统的共振对电子设备极为有害。当激励频率 f_p 的下

限频率 $f_{p\min}$ 较高时，可使 $f_n \leq \frac{\sqrt{2}}{2} f_{p\min}$ ，避免出现共振。当 $f_{p\min} = 0$ 时，则只能采用大阻尼来抑

制共振。在共振区 ($f_p \leq \sqrt{2}f_n$) 使阻尼比 $D = \infty$ ，隔振传递率 $\eta_a \equiv 1$ ，设备与基础间处于无相对位移刚性联接状态。在隔振区 ($f_p > \sqrt{2}f_n$)，使 $D = 0$ ，可获得较好的隔振效果， $\eta_v \leq 1$ 。理想的隔振传递率曲线如图3.22所示。

综上所述，隔振系统的理想动态特性应是线性、低刚度 k 和变阻尼特性。 $F-x$ 特性曲线如图3.23所示。图中 F 力是弹簧反力 $F_k(x)$ 与阻尼力 $F_c(x)$ 之和。

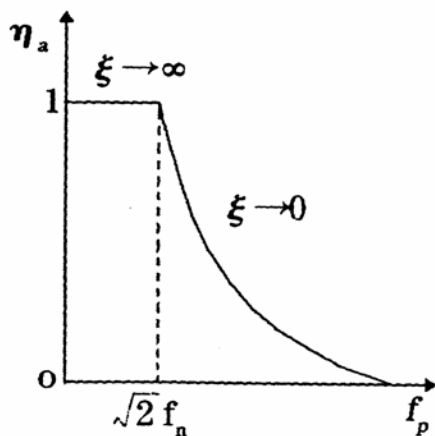


图3.22 理想的隔振传递曲线

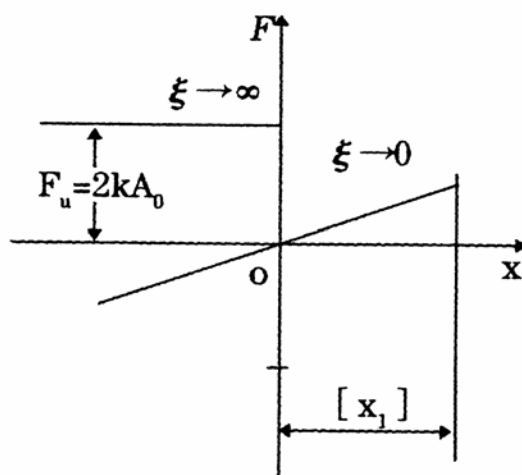


图3.23 $F-x$ 特性曲线

当电子设备的质量为 m ，正弦振动激励位移振幅为 x_0 ，系统响应振幅为 x_1 ，且系统允许相对变形 $[x_1] > x_0$ 时，阻尼力 F_c 应满足如下要求：

a) 当 $f_p \leq \sqrt{2}f_n$ 时，要保证 $D \Rightarrow \infty$ ，则临界阻力 $F_c = mx_0(\sqrt{2}f_n)^2 = 2kx_0$ ；

b) 当 $f_p > \sqrt{2}f_n$ 时, 要保证 $D \Rightarrow 0$, 则应使 $F_c = 0$ 。

2) 冲击隔离系统要求的期望动态特性

由冲击隔离系统设计理论可知, 缓冲系统的理想动态特性应符合如下设计原则。

a) **能量吸收原则** 在冲击激励脉冲作用下, 设备自静平衡位置到最大位移量 x_m 时, 缓冲系统应能储存和耗散全部的冲击能量 E_{sh} 。否则会引起刚性碰撞, 使设备响应加速度增大。

b) **输出动荷最小原则** 应使设备承受的冲击动荷 F_m , 小于设备允许值 $[F_d]$, 即 $F_m \leq [F_d]$, 从而确保设备及其内部的结构件、元器件的最大冲击动应力小于其材料的强度限、屈服限或冲击疲劳极限。

c) **变形量 $[x_2]$ 最小原则** 当具有各种动态特性的系统, 吸收和耗散相同的冲击能量 E_{sh} 时, 如果要求限制 $F_m \leq [F_d]$, 则它们各自需要最小变形量 x_{min} 如图3. 24所示。显而易见, 具有零特性的系统其变形量最小。反之, 当限制系统的变形量 $[x_2]$ 时, 则各类系统输出的冲击动荷如图3. 25所示, 可见具有零特性的系统输出的冲击动荷 F_0 最小, 硬特性系统输出的冲击动荷 F_3 最大。

由于冲击激励可能来自同一坐标轴线的正、负两个方向, 完整的曲线应包括正、负两个方向, 为节省篇幅, 图3. 24、图3. 25中的特性曲线仅画出正方向, 负方向的特性曲线是关于坐标原点的对称曲线。

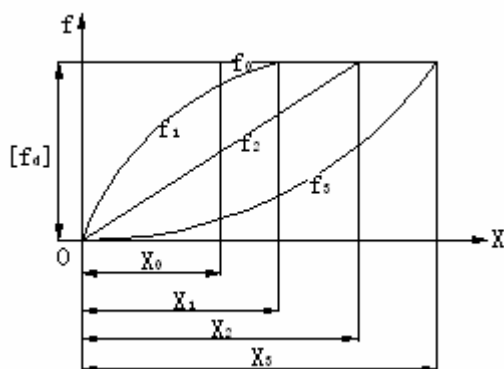


图3. 24 $F_m \leq [F_d]$ 时需要的最小变形量

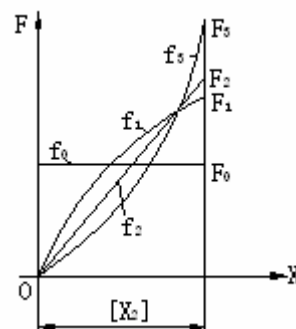


图3. 25 各类弹簧系统输出的冲击动荷

d) **能量耗散最多原则** 当被保护设备自静平衡位置 $x=0$ 到 $x=x_m$, 而后返回 $x=0$ 时, 应使阻尼力 F_c 耗散尽可能多的冲击能量, 以抑制设备的冲击残余响应峰值。从而避免设备受连续冲击时, 设备的残余响应与下一个冲击脉冲的同相位叠加对设备造成的有害影响。尤其当舰船用电子设备在进行120~180次/min的高碰撞速率的碰撞试验时, 小阻尼系统造成的有害影响特别明显。为此, 较理想的情况是使系统在半周内阻尼力 F_c 耗散的能量超过输入能量的一半

半 $\left(E_c \geq \frac{1}{2} E_{sh} \right)$, 那么, 在一个周期内, 设备必然处于静止状态。

e) **复位原则** 缓冲系统采用大阻尼后, 必须保证系统在任一位移 ($|x| \leq [x_2]$) 位置上弹簧恢复力大于阻尼力, 从而使系统能回到静平衡位置。

冲击隔离系统的期望动态特性

满足以上条件的冲击隔离系统的期望动态特性。如图 3. 26 所示的冲击隔离系统期望动态特

性曲线。由图可见，在 $x=0$ 到 $x=[x_2]$ 时，是零特性；在 $|x|=[x_2]$ 返回 $x=0$ 时，是硬特性。

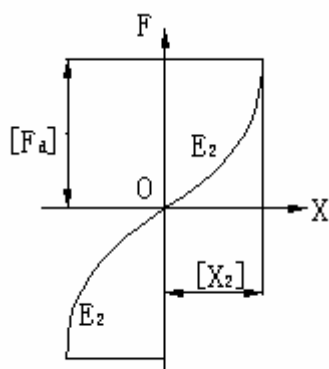


图3.26 冲击隔离系统期望动态特性曲线

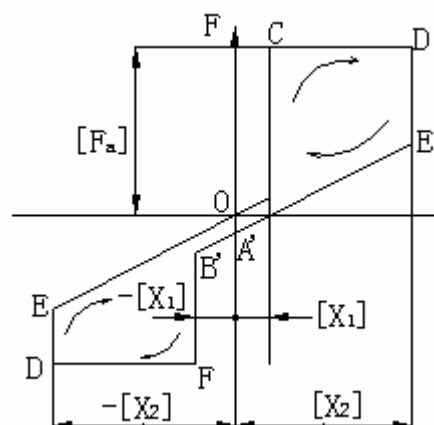


图3.27 理想隔振缓冲系统动态特性曲线

3) 隔振缓冲系统的期望动态特性

将图3.23和图3.26所示的两种动态特性拼接，即可获得图3.27所示的隔振缓冲系统的期望动态特性曲线。图中， $[F_m] = m[\ddot{X}]$ ， $[X_1]$ 是隔振时许用位移， $[X_2]$ 是隔振器或隔振系统的最大位移。由图3.27曲线可知，当冲击激励输给电子设备的动能大于曲线中 $F_m([X_2] - [X_1])$ 时，系统无法缓冲。故在制定标准时应给隔振器留有足够的空间，以吸收冲击能量。（曲线的理论基础详见文献[1]、[5]）。

3.4 隔振器设计与选用

隔振器是为电子设备隔振系统提供弹性特性和阻尼特性的主要元件。隔振器的设计、制造和选用应符合SJ2555《电子设备隔振器设计与选用导则》中的有关规定，并应遵循隔振与缓冲兼顾原则，与电子设备使用环境相适应原则和高的性能价格比原则。

3.4.1 隔振系统对隔振器的要求

隔振器是组成模块化隔振系统的基本单元。隔振系统总体动态特性是由组成该系统各个隔振器的弹性阻尼特性及其匹配组合确定的。为此，要实现隔振系统的模块化，隔振器除必须同时兼有隔振与缓冲功能外，还必须满足如下要求。

1) 相同外形尺寸不同承载量要求

在有关标准中(如HJB68)都对机箱、机柜、显控台的外形尺寸和隔振器安装方式变形空间作了规定(如图3.28~图3.30所示)。但相同尺寸的机柜、显控台，由于其内部组件不同，重量有较大差异(120—500Kg)。此外，对于同一个柜机，由于工程中不可避免的质量偏心现象，四个底部隔振器的实际承载量也不相同。从系统外观一致性要求出发，要求在相同外形尺寸和变形空间条件下，隔振器应具有不同的承载能力。

2) 各隔振器固有频率相接近要求

模块化隔振系统往往由三个以上的隔振器组成。各隔振器的实际承载后的固有频率 f_{nj} ，相接近，刚度中心便接近质量中心，可以提高系统的隔振效果和稳定性。否则，当 f_{nj} 相差较大时，不仅在各个隔振器的 f_{nj} 附近会发生局部共振(单点共振)，而且也使系统共振频率数目增多，耦合振动加剧，稳定性下降。

为此,当载荷范围较大时,应将其分为若干个小载荷范围,并采用不同刚度的弹簧与之匹配,从而保证解耦条件。

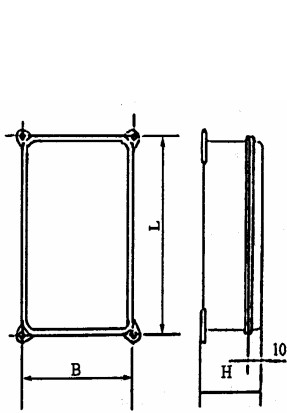


图 3.28 壁挂式机箱

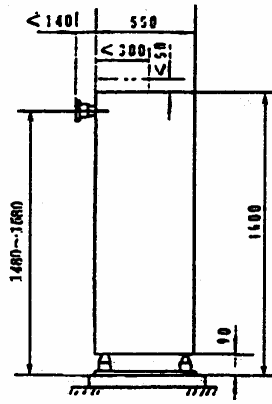


图 3.29 机柜背架隔振系统

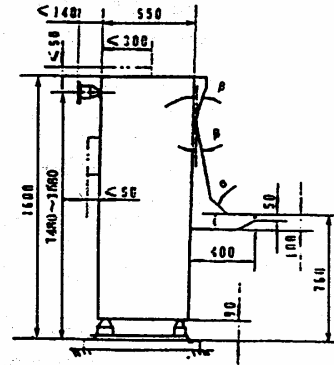


图 3.30 显控台背架隔振系统

3) 各隔振器刚度阻尼特性匹配要求

对于图3.29、图3.30所示的背架式隔振系统,当背部隔振器距安装基面的高度H(1480~1580mm)确定后,总重量相同且选用相同特性的底部隔振器的两个机柜,如果因质心高度不同,则要求其具有不同弹性阻尼特性的背架式隔振器与之匹配,来满足解耦设计要求。

4) 环境适应性要求

电子设备模块化、通用化技术的发展,往往要求具有一定抗振抗冲击特性的型号产品用于不同运载工具上。例如,指控系统,应当既可用于车载方仓,又可用于舰艇仪器仓。隔振系统必须具有在海用和陆用环境条件下的适应性。

5) 其它要求

a. 支承高度可调节要求

外形和刚度相同的隔振器,在实际承载量不相同,机柜会发生倾斜。隔振器应具有调节实际支承高度的结构将机柜底平面调到水平。

b. 阻尼力可调要求

外形、刚度(K)和阻力系数(c)相同的隔振器,在实际承载量 m_s 不相同,临界阻力系数 C_c 不同。如果阻力系数c不可调节,则实际承载 m_s 后的阻尼比 D_s 不相等:

$$D_s = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2\sqrt{Km_s}} \quad (3.8)$$

此时会引起各隔振器的实际传递率不相等,从而造成系统稳定性下降。因此,隔振器有阻尼力调节结构。

c. 可靠性要求和高性能价格比要求

隔振器自身抗冲击、抗振动强度应远远高于电子设备的振动冲击环境条件严酷度,并且,必须长期可靠地工作。

隔振器保护的电子设备的价格很高，应采用高性能的隔振器。但隔振器应在保证性能的前提下，降低成本以适应市场要求。

6) 隔振器模块化设计的基本思路和对策

在工程中，通过隔振器的模块化设计来实现隔振系统模块化的基本思路是：隔振器安装方式标准化、动态特性组合化、产品型号系列化。其工程对策是外形尺寸规范化、弹簧和阻尼元件模块化和结构零件通用化。利用刚度、阻尼特性拟合技术和成组组装技术[2]、[5]来实现隔振器和隔振系统的模块化。

目前已在舰艇电子设备应用的GWF型、GBJ隔振器组成的无峰隔振系统，就是根据以上原则设计的。

7) 降低蠕变的影响

蠕变是指材料受到外力作用时发生了永久性形变。橡胶等高分子材料制成的隔振器，受设备自重及外激励作用，蠕变量往往超过2mm，有时会超过5—6mm。较大的蠕变量使原先留给隔振系统的自由动变形空间变小，且关于静平衡位置不对称。此时可能会造成如下不良影响：

- a) 预留的导线，软波导等自由变形长度不够长，冲击时引起扯断、开裂；
- b) 设备下沉后，设备与缓冲垫之间的自由变形空间变小，冲击时易引起刚性碰撞；
- c) 振动时，易引发自激振荡等不稳定现象；
- d) 当各隔振器的蠕变量不等时，设备会发生倾斜；
- e) 设备下沉后，背架隔振器自由变形空间不等，会引起背架隔振器的局部刚性碰撞和自激振荡现象。

因此，选用蠕变量较大的橡胶隔振器时，应在设备底部与隔振器上部之间加一个垫圈，预留足够的设备自由变形空间；预先留足导线及软波导可自由变形的长度；预先降低背架隔振器的安装位置，予留下沉量等措施。同时还应选择蠕变量相等或相近的隔振器，使其下沉量相近，以保持设备平衡。这些措施均可降低隔振系统对蠕变量的敏感度。

8) 减小固有频率相对偏差 B_f

要求电子设备的质心与支承隔振器的刚度中心完全重合是很难实现的。也就是说，在工程中，出现偏心现象是必然的。在图3.31中，当质心c偏离几何形的O有 e_x 和 e_y 时 m_1, m_2, m_3, m_4 都不相同。如果选用相同刚度的隔振器，则每个支承点的实际共振频率也是不相同的。这将会造成设备的动态稳定性下降，隔振效果变坏。当各隔振器均满足下列条件：

$$B_f = \left| \frac{f_{nk} - f_{ns}}{f_{nk}} \right| \times 100\% < 10\% \quad (3.9)$$

式中， f_{nk} 隔振器理论固有频率

f_{ns} 隔振器实际固有频率

B_f 振器相对固有频率偏差。

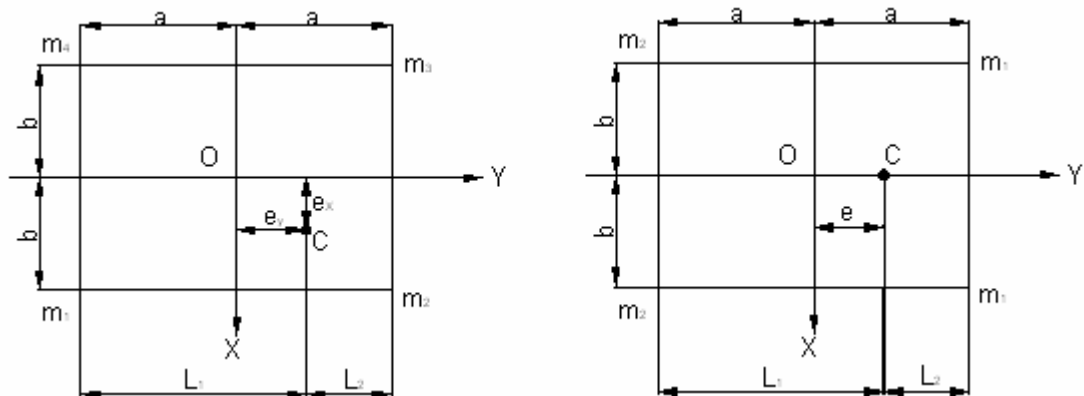


图 3.31 质心 c 偏离支承平面几何形心

当 $B_f < 10\%$ 时,就可以将隔振器的实际支承刚度中心自几何形心向质心 c 逼近,从而达到解耦设计的目的。

当 e_x, e_y 较大时,则应选用不同刚度的隔振器与之相匹配。但外形尺寸和安装尺寸还必须相同。

9) 背架隔振器动态特性要求

对安装在舰船舱室内的电子设备,一般采用在设备底部安装四只相同特性的隔振器,后背上部安装两只隔振器的背架式安装隔振系统,以减小设备的摇晃。其力学模型如图3. 29和图3. 30所示。但实践发现,加装背架隔振器后,因与底部隔振器不匹配,引起的耦合振动反而非常有害,甚至使得垂直振动无法解耦。

对用于显控台、机柜的背架式隔振系统而言,根据振动理论分析,知其存在着耦联自由度,且在质心偏离隔振器支承面几何中心时,会引起局部共振和系统耦联共振;偏心引起的底部各隔振器承载量的差异,如果隔振器支承高度不可调,将会使机柜发生倾斜;重心高度不同时,要求机柜上部的背架隔振器的水平刚度亦不同;为了使垂向解耦,背架隔振器的垂向刚度应为零;为降低水平方向耦联振动,其自由状态时的水平刚度应在水平面内关于原点对称等。隔振器的安装方式、机柜的重心高度、质量有无偏心以及振动、冲击环境条件的严酷度等都对隔振系统的动态特性有较大的影响。这些都给系统的隔振器设计、选型带来了困难。另外,舰载电子设备机柜、显控台在实际工作中总受到振动和冲击两类载荷作用,隔振缓冲系统动态特性必须满足隔振、缓冲、解耦等动态特性要求,故背架隔振器必须具有非线性特性。

由振动分析可知,隔振缓冲系统期望的动态特性(即刚度和阻尼特性)主要要求是:

- 1) 振动时应具有线性低刚度特性,从而使隔振系统具有低固有频率和较高的动态稳定性;在共振区具有阻尼比大,而在隔振区具有阻尼比小的变阻尼比特性,以实现隔振传递率 $\eta_v \leq 1$ 的无谐振峰特性。
- 2) 在冲击时,应能吸收和耗散冲击能量,即具有较强的非线性特性[1] [5]。
- 3) 背架隔振器的刚度特性应关于静平衡位置的原点对称。为此,承载隔振器通常不宜作为背架

隔振器。

3. 4. 2 隔振器的弹性特性设计

隔振器的弹性特性，按照力学性能可分为线性特性和非线性特性两大类。但按弹簧力增量 dF 与相对位移增量 $d\delta$ 的比值性质，又可以分为正刚度特性 ($dF/d\delta > 0$)、负刚度特性 ($dF/d\delta < 0$) 和零刚度特性 ($dF/d\delta = 0$)。

隔振器总的弹簧刚度可由单个弹性件提供或由多个弹性件的刚度拟合而成。总刚度小于零的负刚度隔振器和总刚度近似为零的准零刚度隔振器，必须与正刚度隔振器共同使用，使隔振系统的总刚度为正值，否则隔振系统是非稳定系统。

1) 线性弹簧

当力和位移之间的关系成比例时，弹簧特性是线性的。比例常数 $k > 0$ ，为线性正刚度特性； $k < 0$ 是线性负刚度特性；在没有特殊说明的场合，线性弹簧是指正刚度弹簧，其固有频率

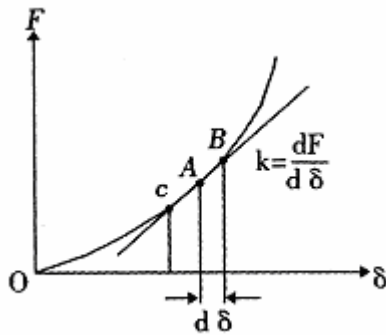
$$\omega_n = \sqrt{k/m}。$$

2) 非线性弹簧

当力和位移之间的关系不成比例时，弹簧特性是非线性的。金属圆锥弹簧具有硬特性，空气弹簧具有软特性的非线性特点。

3) 非线性减振器的固有频率

设非线性弹簧减振的特性曲线如图3.32所示。弹簧在设备的静载荷下，相应的工作点为图中A点；当设备振动时，工作点沿曲线BC段作往复运动。在隔振设计中隔振系统处在隔振区，故振幅不大，因此可将BC段曲线看成直线，并应用线性理论处理非线性振动理论问题。由图可知，不同工作点曲线的斜率是不同的，亦即对应的刚度是不同的，这就是说， k 不是常数。假如弹性特性曲线的解析式为 $F = f(\delta)$ ，则 $k = dF/d\delta$ 因此，固有频率为



$$\omega_n = \sqrt{\frac{dF/d\delta}{m}} = \sqrt{\frac{gdF/d\delta}{W}} \quad (\text{rad/s})$$

$$\text{或} \quad f = 0.498 \sqrt{\frac{dF/d\delta}{W}} \quad (\text{Hz}) \quad (3.10)$$

图3.32非线性弹簧特性上不同工作点的刚度

上述求固有频率的方法仅适用于微振幅。因为振幅较大时，在每个振动周期中刚度 $dF/d\delta$ 变化很大，固有频率成为振幅的函数。例如飞机在急剧转弯时所产生的离心加速度。恒加速度使弹簧除了受到设备的重力 $W = mg$ 以外，还要受到惯性力 $U = ma = m(ng)$ 的作用，这将引起工作点位置的改变，对线性弹簧来说，工作点虽然变了，但刚度仍然不变，因此固有频率不变。对非线性弹簧来说，在设备重力 $F_a = W = mg$ 的作用下，对应的刚度为 k_a (见图3.33)，

固有频率应为 $f_a = 0.498 \sqrt{k_a/W}$ ；但在恒加速度是运载工具加速度变更方向时引起的离心加速

度，在其作用下，弹簧受到的合力为 $F_b = W + U = m(1+n)g$ ，因此，对应的刚度为 k_b ，固有频率

为 $f_b = 0.498\sqrt{k_b/W}$ 。

很显然，由于 $k_a \neq k_b$ ，故 f_a 和 f_b 不同。

对非线性隔振系统来说，在考虑恒加速度影响时，只要在弹簧特性曲线上找到相应的工作点，并以此为基础就能求得相应的固有频率。

线性与非线性弹簧减振器特性的比较，如表3.3所示。

表3.3 线性弹簧与非线性弹簧减振器的比较

线性减振器	非线性减振器
载荷变化范围窄	载荷变化范围宽
固有频率随着载荷增大而减小	载荷增加时固有频率的变化范围比线性系统的固有频率变化范围小或保持常数
固有频率与振动振幅无关	固有频率随着振动振幅的变化而改变
固有频率与恒加速度无关	固有频率与恒加速度有关
在设备撞击底部之前吸收较少的冲击能量	在设备撞击底部之前吸收较多的冲击能量
在恒加速度作用下，设备撞击底部的危险性较大	在恒加速度作用下，设备撞击底部的危险性小

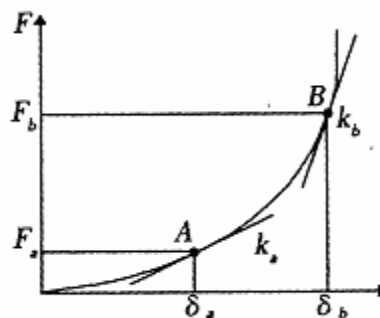


图3.33 恒加速度对工作点的影响

4) 等频弹簧

当设备重力发生变化时，为使非线性系统的固有频率保持不变，则等频弹簧应满足：

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{gk}{W}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{gdW/d\delta}{W}} = c \quad (3.11)$$

对上式积分，得

$$\int_{\delta_0}^{\delta} \frac{4\pi^2 f^2}{g} d\delta = \int_{W_0}^W \frac{dW}{W}$$

即

$$W = W_0 e^{A(\delta - \delta_0)} \quad (3.12)$$

式中 $A = 4\pi^2 f^2 / g$ ， δ_0 是当设备重量为 W_0 时减振器所对应的变形。由式 (3.12) 可知载荷

与变形之间的关系是指数关系，所以这种弹簧称为指数式螺旋弹簧，其外形呈半径为 R 的圆弧状 (图3.34)，优点是：

a) 可以大大减少减振器的品种；

b) 简化设备的安装。因为不必精确地根据载荷选择减振器，也不需要精确地决定其安装位置，只要设备载荷在等频减振器的额定载荷范围内就可正常工作。

这种减振器的弹簧平均直径是上面小下面大。由圆柱形弹簧刚度解析式中可知，平均直径越小、圈数愈少则刚度愈大。等频减振器弹簧受压时，接近底部平均直径较大的几圈变形最大，随着载荷增加，它逐渐被压到底座上，并失去弹性作用，使有效圈数减少，弹簧刚度增大，从而使固有频率保持不变。

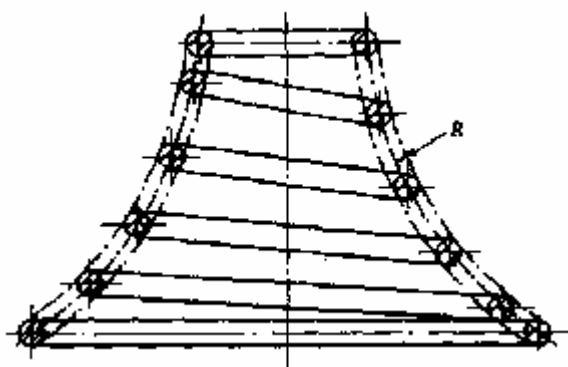


图3.34 等频减振器弹簧

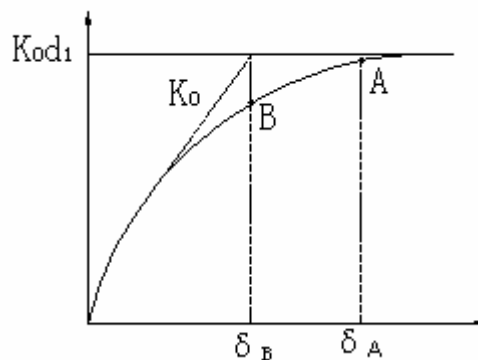


图3.35 软特性弹簧

5) 软特性弹簧的固有频率

软特性弹簧的 $F-\delta$ 曲线如图3.35所示。当它作为承载弹簧时，工作点应选在 $dF/d\delta$ 较小的A点附近。使隔振器具有较低的固有频率 ω_n, ω_n 计算公式与硬特性弹簧相同。如果选在 d_1 对应的B点附近，则刚度 ($dF/d\delta$) 变化很大，隔振系统稳定性大大下降，常出现跳跃现象。

特别需要强调的是，当工作点选在A点时，软特性弹簧并不能储存较多的冲击能量，冲击时，必须采用附加缓冲装置。只有当工作点选在 o 点时，软特性弹簧才具有较好的储能特性。因此，要特别注意工作点的选择和调节。

6) 负刚度弹簧

负刚度弹簧的 $F-\delta$ 曲线如图3.36所示。其弹性曲线的斜率 $dF/d\delta < 0$ ，即当变形量 δ 增大 ($\delta_2 > \delta_1$)，弹簧力反而减小 ($F_2 < F_1$)。

负刚度弹簧不能单独作为承载弹簧，但它具有一定的承载能力，如 δ_1 对应的 F_1 为支承力。它只能与正刚度弹簧组合使用，从而获得工程所需的各类弹性特性。

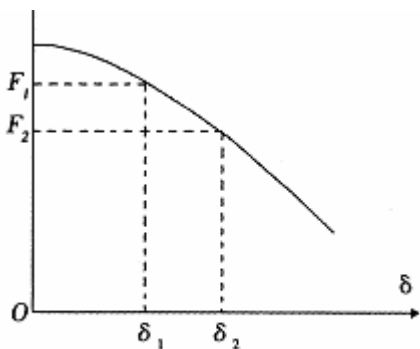


图3.36 负刚度弹性特性

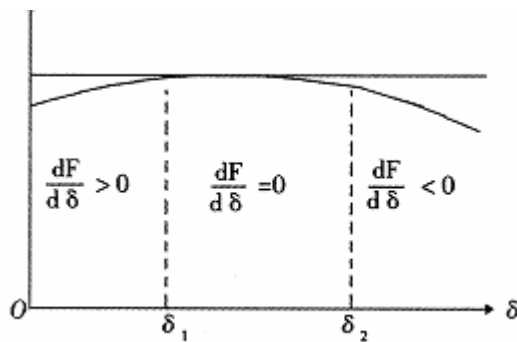


图3.37 准零（零）刚度弹性特性

7) 准零刚度弹簧

在一定的工作位移范围内 (图3.37中 $\delta_1 < \delta < \delta_2$)， $dF/d\delta = 0$ 时，称为零刚度弹性特

性。由于 dF 的微小变化将引起 δ 的很大变化，零刚度弹簧是非稳定性弹簧。当 $dF/d\delta$ 趋于零，但不等于零时，称为准零刚度弹簧 (图3.37)。当 $dF/d\delta > 0$ ($0 \sim \delta_1$ 段) 时称为稳定性 (或正特性) 准零刚度弹簧；反之，当 $dF/d\delta < 0$ ($\delta \sim \delta_2$ 段) 时，称为不稳定性 (或负特性) 准零刚度弹簧。工程中独立使用的承载弹簧，必须具有稳定性。

8) 刚度拟合技术简介

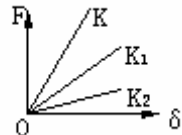
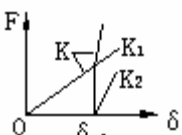
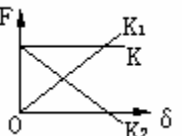
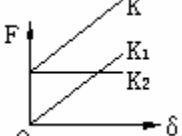
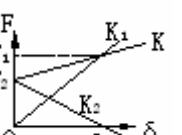
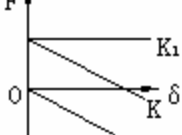
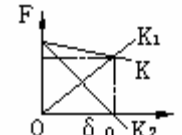

当单一的弹簧特性(硬特性、软特性或线性特性)不能满足振动冲击隔离系统的弹性要求时,可采用具有不同特性的弹簧进行串、并联的刚度拟合技术,来获得所要求的弹性特性曲线。工程中常用的、性能较好的隔振器,其弹性特性都是通过刚度拟合技术获得的。现以二个线性弹簧串并联为例,说明刚度拟合技术的基本原理。

a) 并联

两个弹簧 k_1 和 k_2 的并联刚度 k 由下式计算 $k = k_1 + k_2$

将工作点选在 $F-\delta$ 曲线的坐标原点。在 $\delta=0$ 时, k_2 对应的弹簧力 F_0 有 $F_0 > 0$, $F_0 = 0$, $F_0 < 0$ 三种情况,但这一区别并不影响并联拟合刚度是斜率和弹性特性的性质,唯有工作点和承载能力有所区别,故不再详细讨论。具有不同弹性特性的、两个并联弹簧刚度 k 值如表3.4所示。限于版面限制,表中曲线仅给出了 $\delta \geq 0$ 部分, $\delta < 0$ 部分是关于工作点的点对称曲线。

表3.4 并联弹簧的刚度特性 ($k = k_1 + k_2$)

<p>(a)</p> $k_1 > 0$ $k_2 > 0$ $k > 0$		<p>(e)</p> $k_1 > 0$ $k_2 > 0$ $k = k_1 \quad (0 \sim \delta_1)$ $k = k_1 + k_2 \quad (\delta > \delta_1)$	
<p>(b)</p> $k_1 > 0$ $k_2 < 0$ $k_1 = k_2 $ $k = 0$		<p>(f)</p> $k_1 > 0$ $k_f = 0$ $k = k_1$	
<p>(c)</p> $k_1 > 0$ $k_2 < 0$ $k_1 > k_2 $ $k = \frac{F_1 - F_2}{\delta_1} > 0 \quad \delta > 0$		<p>(g)</p> $k_1 < 0$ $k_2 = 0$ $k = k_1$	
<p>(d)</p> $k_1 > 0$ $k_2 < 0$ $k_1 < k_2 $ $k = \frac{F_1 - F_2}{\delta_0} < 0 \quad \delta \geq 0$		<p>(h)</p> $k_1 = 0$ $k_2 = 0$ $k = 0$	

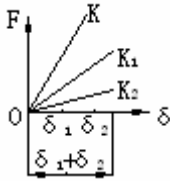
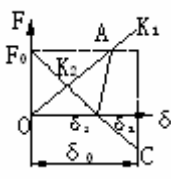
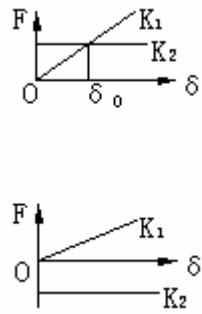
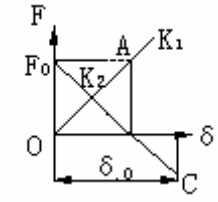
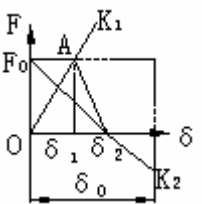
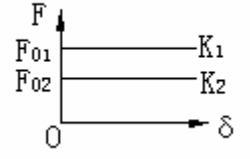
b) 串联弹簧的拟合刚度

根据两串联弹簧 k_1 和 k_2 的端点和连接点反力始终相等,而总变形 $\delta = \delta_1 + \delta_2$ 原理,两串联弹簧的拟合刚度由下式获得

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

具有不同弹性的 k_1 和 k_2 串联后的典型拟合刚度 k 由表 3.5 给出。

表 3.5 串联弹簧的拟合刚度 $\left(k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \right)$

<p>(a)</p> <p>$k_1 > 0$</p> <p>$k_2 > 0$</p> <p>$k = \frac{F_0}{\delta_1 + \delta_2} \quad \delta > 0$</p>		<p>(d)</p> <p>$k_1 < k_2$</p> <p>$k = k_1 \quad \delta < \delta_2$</p> <p>$k = \frac{0 - F_0}{\delta_1 - \delta_0} > 0$</p> <p>由A点迅速到B</p> <p>$k = k_1 < 0$</p> <p>自B点迅速到C</p>	
<p>(b)</p> <p>$k_1 > 0$</p> <p>$k_2 = 0$</p> <p>$F_0 > 0$</p> <p>$k = k_1, \delta < \delta_0$</p> <p>$k = k_2 = 0, \delta > \delta_0$</p> <p>$F_0 \leq 0$</p> <p>$k = k_2 = 0$</p> <p>$\delta \geq 0$</p>		<p>(e)</p> <p>$k_1 = k_2$</p> <p>$k = k_1 \quad (\delta < \delta_0)$</p> <p>$k = -\infty \quad (\delta = \delta_0)$</p> <p>$k = k_2 \quad (\delta > \delta_0)$</p>	
<p>(c)</p> <p>$k_1 > 0 \quad k_2 < 0$</p> <p>$F_0 > 0$</p> <p>$k_1 > k_2$</p> <p>$\begin{cases} k = k_1 (\delta < \delta_0) \\ k = \frac{0 - F_0}{\delta_1 - \delta_2} < 0 \end{cases}$</p> <p>$(\delta_0 < \delta < \delta_1)$</p> <p>$k = k_2 (\delta > \delta_1)$</p>		<p>(f)</p> <p>$k_1 = 0, k_2 = 0$</p> <p>$F_{01} > F_{02}$</p> <p>$k = k_2 = 0$</p> <p>$\delta \geq 0$</p>	

由表 3.5 讨论结果可知, 正负刚度弹簧 $(k_1 > 0, k_2 < 0)$ 串联后 (如表中 (c) 情况), 其拟合弹

性的稳定性与 F_0 的性质和最大变形 δ_m 有关。

3.5 无谐振峰隔振缓冲系统简介

根据电子装备抗恶劣环境设计的要求。电子装备必须在全寿命期内经受振动，冲击（含三维强冲击），碰撞，核爆，风激励等力学环境的考验。

除了对电子设备中组件、插箱进行应力筛选、对整机进行结构加固以提高其抗力学环境能力外，采用隔振缓冲系统来缓和或避免力学环境对电子设备的有害影响，可以达到降低电子设备加固成本、提高其可靠性和使用寿命的目的。

3.5.1 金属隔振器

弹性特性和阻尼特性主要由金属构件确定的隔振器，称为金属隔振器，其特点如下：

- a) 对环境条件反应不敏感，可在油污，高、低温恶劣环境下工作，不易老化，性能稳定。
- b) 它的动刚度和静刚度基本上相同。金属弹簧适用于静态位移要求较大的减振器，当工作应力低于屈服应力时，弹簧不会产生蠕变。但是，应力超过屈服应力时，即使是瞬时，也会使弹簧产生永久变形。因此，应有卸荷和限位装置，以确保动态应力不超过弹性极限。
- c) 阻尼比过小（ $D < 0.005$ ）容易传递高频振动，或者由于自振（如在 150~400Hz 之间）而传递中频振动。在经过共振动区时，设备会产生过大的振幅，通常需要另加阻尼器。
- d) 金属弹簧的设计计算比橡胶弹簧容易，其弹簧刚度可根据要求确定，不仅设计资料比较成熟，且其刚度可以制造得相当准确。

金属弹簧种类很多，如圆柱形弹簧、圆锥形弹簧、盘形弹簧等，其中圆柱形弹簧应用最广。目前在军用电子设备的隔振系统中，应用较广的有两类，其一是垂向承载能力的底部隔振器，如无谐振峰隔缓冲器（GWF）、金属网阻尼隔振器（JWZ），GS 不锈钢钢丝绳隔振器等；其二是非承载的背部隔振器，如 GBJ、GDJ 型隔振器等。

3.5.2 无谐振峰隔振缓冲器（GWF）

由设备质量 M 、隔振器刚度 K 、干摩擦阻尼力 F_μ 组成的无峰隔振器，其力学模型如图 3.38

所示。当基础激励为 $x_0 = A_0 \cos \omega t, \ddot{x}_0 = -A_0 \omega^2 \cos \omega t$ ，

设备响应为 $x = A \cos(\omega t - \theta), \ddot{x} = -A \omega^2 \cos(\omega t - \theta)$ ，

当 $F_\mu \geq m\ddot{x} = mA\omega^2$ 时，阻尼力将 m 与基础锁住，有 $A = A_0, \eta_v = 1$ 。当干扰频率 $\omega_p \geq \sqrt{2}\omega_n$ 时，如果干摩擦阻尼力 F_μ 无法克服惯性力 $F_d = 2mA_0\omega_n^2$ ，(即 $F_\mu < F_d$) 隔振器启动

并开始隔振，从而实现了隔振传递率 $\eta_v \leq 1$ 的无谐振峰传递率特性（图 3.39）

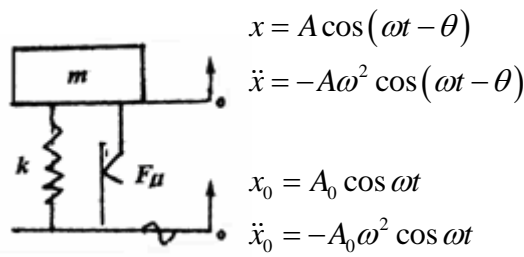


图 3.38 无峰隔振系统力学模型

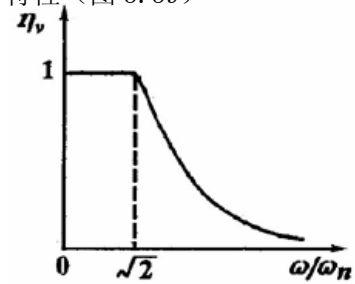


图 3.39 无谐振峰传递率曲线

无谐振峰隔振缓冲器（以下简称无峰隔振器）是金属干摩擦隔振器（SJ2608—85）GM 型的改进型产品，是由季馨教授研制开发的新产品。该隔振器是根据隔振、缓冲技术所要求的变刚度、变阻尼特性设计的新型隔振器，它是采用刚度拟合技术和干摩擦阻尼技术实现低固有频率，无共振放大，并可兼顾缓冲的典型实例之一。在结构上，它采用几组具有独立弹性—阻尼特性组件，从而可以灵活地组装成具有不同承载量、不同动态特性的隔振器或阻尼器。由于阻尼可以调节，可以很方便地控制振动传递率。

典型的无峰隔振器如图 3.40 所示。它的弹性特性由隔振簧组件 [A] 和阻尼缓冲簧组件 [B] 确定。

螺旋簧 [A5] 的刚度 k_z 确定了隔振器的三向刚度。当实际载荷与公称载荷不一致时，卡住帽盖 [A2] 调节六角圈 [A1] 带动调节螺杆 [A3] 转动，使螺母 [A4] 上下运动，使隔振器工作高度 H 保持规定值，从而使电子设备的安装平面保持水平。

旋转外壳上盖 [3] 使上锥环 [B1] 锥面压紧（或松开）开口内锥环 [B2]、可改变簧片 [B3] 与帽盖间的正压力，从而对阻尼特性进行调节。簧片 [B3] 是沿帽盖凸缘对称布置的不同曲率、不同根数的簧片组。组件 B 与底板 [4] 和上盖 [3] 之间的摩擦力，确定了水平方向的阻尼特性。

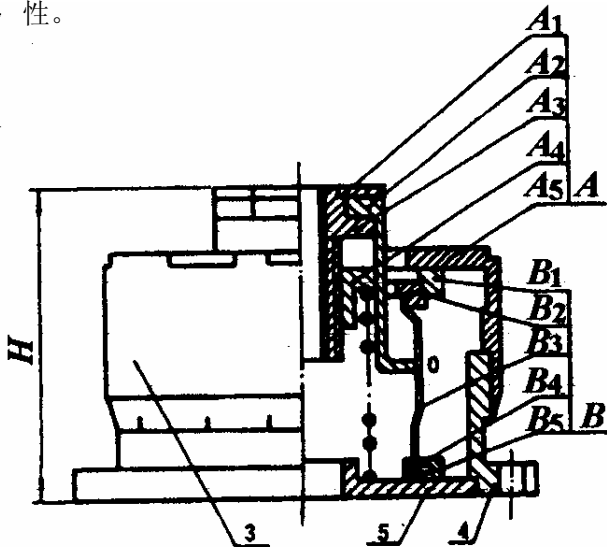


图 3.40 GWF 型隔振器结构示意图

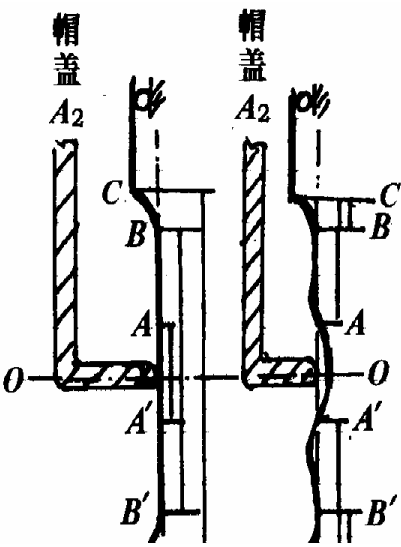


图 3.41 阻尼缓冲簧工作原理

组件 [B] 中的两种簧片的曲率和工作位置如图 3.41 所示, a 为隔振阻尼簧 (直簧片), 主要功能是通过它与帽盖间的过盈所产生的摩擦力在 A—A 区间获得无谐振峰隔振传递率 $\eta_v \leq 1$ (图 3.39)。在图 3.41 中, b 为阻尼缓冲簧 (变曲率簧片), 在 0A 区间, 它不与帽盖 [A2] 接触, 工作区间为 AB 段。其主要功能是吸收和耗散冲击能量。两种簧片 BC 段的主要功能是限制最大的极限变形, 保证螺旋簧 [A5] 不并圈, 可避免冲击载荷对它的有害影响 (不发生蠕变)。

在相同外形和安装尺寸条件下, 使螺旋簧内径相同, 改变螺旋簧圈数或钢丝直径 d 即可获得具有不同承载能力的系列隔振器。此时, 对不同承载能力的隔振器配装不同数量的 a 组, b 组弹簧片, 即可获得不同的阻尼和缓冲特性。此外, 需进行三维强冲击的隔振器还可适当增加 b 组缓冲簧片以提高其抗冲击性能。

由于无峰隔振器动态特性设计遵循了隔振缓冲隔离系统期望动态特性的设计要求, 因此, 具有较好的隔振缓冲效果。

此外, 无峰隔振器 (GWF 型) 采用了不锈钢构件; 对螺旋簧进行了消除蠕变的预处理 (蠕变量小于 0.2mm), 在承载量, 阻尼力调节到实际需要量后, 将螺纹部分使用防松胶封闭; 对舱室外设备隔振器采用了全密封伸缩套等措施后, 极大地提高了隔振器的抗恶劣环境能力。其低固有频率 ($f_n \leq 5HE$)、宽范围承载能力的系列产品, 以及灵活的模块化组合, 给用户选用带来极大方便。

3.5.3 背架隔振系统

安装在舰舱室内的电子设备, 一般采用在设备底部安装四只相同特性的隔振器, 后背上部安装两只隔振器的背架式安装隔振系统, 以减小设备的摇晃。其力学模型如图 3.42 所示。

用于显控台、机柜的背架式隔振系统, 为了使垂向解耦, 背架隔振器的垂向刚度应为零; 为了降低水平方向耦联振动, 其自由状态时的水平刚度应在水平面内关于原点对称。

由振动分析可知, 隔振缓冲系统期望的动态特性 (即刚度和阻尼特性) 主要要求是:

(a) 振动时应具有线性低刚度特性, 从而使隔振系统具有低固有频率和较高的动态稳定性; 在共振区具有大阻尼比, 而在隔振区具有小阻尼比的变阻尼比特性, 以实现隔振传递率 $\eta_v \leq 1$ 的无谐振峰特性。

(b) 在冲击时, 应能吸收和耗散冲击能量, 即具有较强的非线性特性。

(c) 背架隔振器的刚度特性应关于静平衡位置的原点对称。为此, 承载隔振器通常不宜作

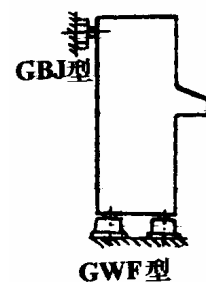


图 3.42 无谐振峰背架隔振系统

为背架隔振器。

根据上述分析及要求，无谐振峰背架式隔振系统由底部 GWF 型无谐振峰隔振器和背部 GBJ 背架隔振器组成（如图 3.42 所示）。

GBJ 型背架隔振器是水平刚度和阻尼可调、专门与 GWF 型匹配使用的专用背架隔振器。

GBJ 背架隔振器的垂向刚度为零，并且其水平刚度应与底部隔振器的水平刚度相匹配。当两台电子设备的重量相等时，它们可选用相同的底部隔振器，当它们的重心高度不同或背架隔振器的安装位置不同时，则可选用不同刚度特性的背架隔振器与之相匹配。选用时，在先确定底部隔振器型号如 GWF30 型，则背部隔振器为 GBJ30 型。当有偏心时，按底部（承载）最重的 GWF 型选型，如表 3.7 所示系统应选 GBJ100 型。

3.5.4 GBJ 型背架隔振器

GBJ 型背架隔振器结构示意图如图 3.43 所示。其工作原理其一是：通过改变上下网垫的装填量及其体密度 ρ 来实现水平刚度连续可调的有利于与其共使用的 GWF 型隔振器相匹配；其二是：通过改变蝶形簧与构件间的摩擦力实现阻尼连续可调；其三是：连接杆与中心采用球铰，使设备可以有 $<10^\circ$ 任意方向的角位移。

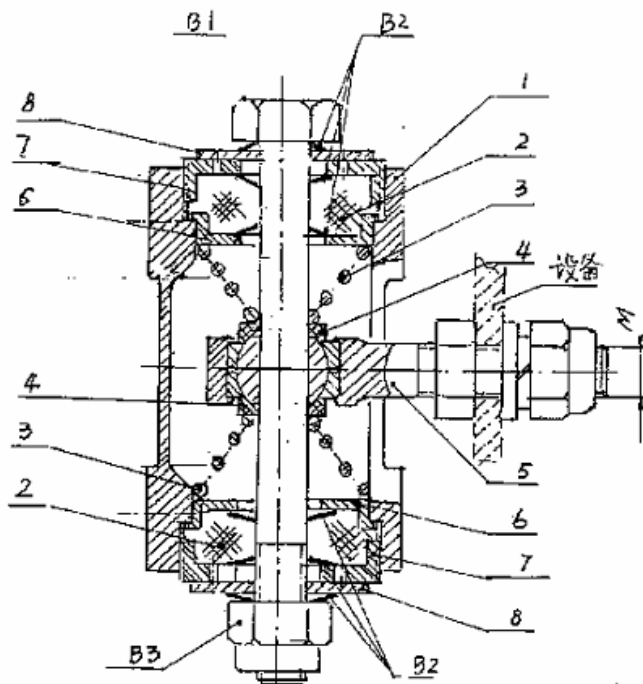


图 3.43 GBJ 背架隔振器

3.5.5 背架隔振系统隔振器选型示例

以舰载设备为例，假设某机柜总质量 $m_0=250\text{Kg}$ ，在无偏心条件时（O 与 C 重合），每个隔振器承受 62.5Kg，可选用相同型号的隔振器，GWF80H 或 GWF80A。

当舰载设备需进行三维强冲击试验（即模拟舰艇纵摇 30℃，横摇 30，使设备重量偏向某一个隔振器）时，应选用海用强冲击型 GWF80HQ 型。非战斗舰艇，不需进行强冲击时，可选用 GWF80H 型。用户在订货时应说明设备是否进行三维强冲击。

当质心 C 偏心较大时，各点实际支承质量相差也较大，可按表 3.7 选用不同型号的隔振器组成低耦合隔振系统，此时 m_2 和 m_4 的固有频率偏差较小，当 $m_1 \sim m_4$ 质量值如表 3.7 所示，各隔振器之间实际固有频率偏差 B_f 为：

$$B_f = \left| \frac{4.45 - 4.05}{4.05} \right| \times 100\% < 10\% \quad (3.13)$$

外形尺寸，安装尺寸相同的 GWF35H~GWF100H 的动态特性如表 3.6 所示。这四种规格的无峰隔振器，可组成低耦合隔振系统（设备重量在 112Kg~500Kg）。

表 3.6 按模块化理论设计的 GWF 系列隔振器

隔振器型号	GWF35H	GWF50H	GWF80H	GWF100H
公称载荷 W (N)	350	500	800	1000
理论固有频率 f_{nl} (HZ)	4.75	4.45	4.15	4.15
弹簧刚度 K (N/mm)	32	40	55	80
载荷范围 (N)	280~420	400~640	640~960	850~1250
f_n 变化范围 (Hz)	5.14~4.35	5.0~4.0	4.60~3.80	4.85~4.10
f_n 相对偏差 B_f %	+8.2~-8.7	+12~-8.5	+11.6~-8.7	+12~-8.1

假设电子设备质心存在严重偏心情况，各支承点质量 m_1, m_2, m_3, m_4 如表 3.7 所示，此时可选用四种不同型号的隔振器匹配组成解耦隔振系统。

表 3.7 偏心设备隔振器选型表

各支点实际载荷 (Kg)	$M_1=40$	$M_2=50$	$M_3=90$	$M_4=110$
隔振器型号	GMF35H	GMF50H	GMF80H	GMF100H
实际固有频率 f_{ns} (Hz)	4.44	4.24	3.95	3.96

由表 3.7 可知，各隔振器 f_n 差异小于 0.5Hz，在扫频频率 $f_p \leq 7\text{HZ}$ 时， $F_\mu \geq 2mA_o\omega_n^2$ ，隔振传递率 $\eta_v = 1$ ，系统不出现共振。 $f_p > 7\text{Hz}$ 后各隔振器均已进入隔振区，固有频率 f_{ns} 差异的影响较小，系统很稳定。这个特点是其它隔振器难以达到的。

3.5.6 质心位置简易测定方法

电子设备由离散质量组成，精确计算出质心位置，较为繁杂，现介绍一种简易测定方法供用户

参考。测量工具由磅秤、两根角铁和千斤顶组成。

a) 测量方法和步骤:

① 先用两根角铁置于磅秤上，放上设备，称出设备总重量 W 。

② 抽去一根角铁，按图 3.44 将设备底部安装隔振器的 1, 4 螺钉孔中心连线对准角铁直角边。将千斤顶支承在 2, 3 螺钉孔中心连线中间附近位置（如图 3.45 中 A 点）。测出 W_{14} , $W_{14} = W_1 + W_4$ 。抬升千斤顶 h 高度，测出 $W'_{14} = W'_1 + W'_4$ 。

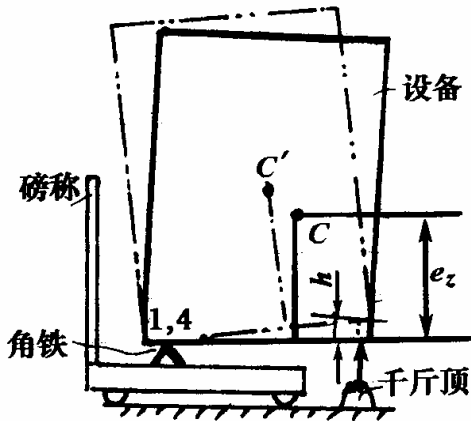


图 3.44 称重法示意图

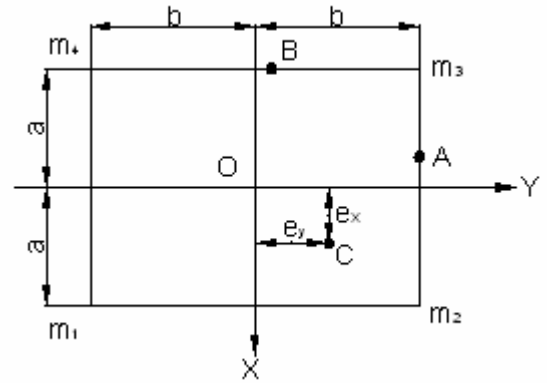


图 3.45 质心位置求解示意图

③ 设备转 90° ，将角铁支承在 1, 2 螺孔中心连线，千斤顶支承在 3, 4 螺钉孔中心线的中间附近位置（如图 3.45 中 B 点）。设备调平，称出 $W_{12} = W_1 + W_2$ ，将千斤顶升高 h' ，测出 $W'_{12} = W'_1 + W'_2$ 。

b) 确定质心位置和各隔振器承载量计算。

将 W_{14} 、 W 对 2、3 支承点取矩：

$$2b \cdot W_{14} \approx W(b - e_y) \cdots (3.14)$$

则有
$$e_y = \frac{W - 2W_{14}}{W} \cdot b \cdots (3.15)$$

① 求 e_x

将 W_{12} 、 W 对 3, 4 支承点取矩

$$2aW_{12} = W(a + e_x) \cdots (3.16)$$

$$e_x = \frac{2W_{12} - W}{W} a \cdots (3.17)$$

② 确定各支承点实际载荷

将 W_1 、 W_2 对 C 取矩，且 $W_2 = W_{12} - W_1$ 时，有

$$\begin{aligned}
W_1 &= \frac{b - e_y}{2b} W_{12} \\
W_2 &= W_{12} - W_1 \\
W_{34} &= W - W_{12} \\
W_4 &= W_{14} - W_1 \\
W_3 &= W_{34} - W_4
\end{aligned} \quad (3.18)$$

③ 求 e_z

设备水平放置时, 1, 4 支点重量为 W_{14} , $y_c = b - e_y$ 质心高度为 e_z 。质心 C 的水平位置 e_x, e_y 。

设备抬高 h 后, 1, 4 支点的重量 W'_{14} 。

设备重心 c' 在水平向投影为 y'_c 。

由图 3.46 可知

$$\begin{aligned}
\sin \alpha &= \frac{h}{2b} \\
R &= 2b \cos \alpha \\
y'_c &= y_c \cos \alpha + e_z \sin \alpha \\
y_c &= b - e_y
\end{aligned} \quad (3.19)$$

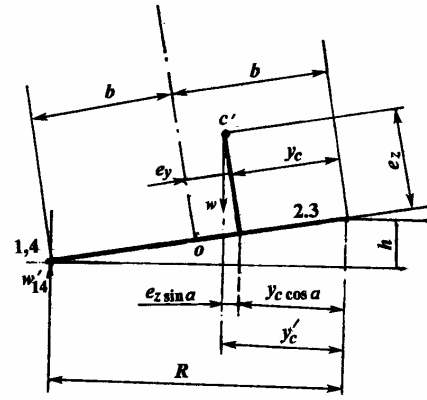


图 3.46 求解质心高度 e_z 示意图

对 2.3 支承点取矩, 有

$$W'_{14} \cdot R = W \cdot y'_c \quad (3.20 \text{ a})$$

$$W'_{14} \cdot 2b \cos \alpha = W [y_c \cos \alpha + e_z \sin \alpha] \quad (3.20 \text{ b})$$

整理后有

$$e_z = \frac{2bW'_{14} - Wy_c}{W} \operatorname{ctg} \alpha \quad (3.20 \text{ c})$$

将机柜转 90° , 支在 1.2 点上, 重复上述步骤也可求出 e'_z 进行对比校核。

参考文献

- 1 季馨, 电子设备振动分析与试验. 东南大学出版社, 1992. 10
- 2 季馨, 背靠隔振器和背靠隔振系统弹性特性设计 现代雷达, 1994. 8
- 3 季馨, 周自兴舰船电子装备隔振系统和背架隔振器研究 船舶工程, 1996第2期
- 4 季馨, 龚至泽隔振系统模块设计浅议 电子机械工程, 1996
- 5 汪凤泉、季馨等电子设备振与冲击手册 科学出版社, 1998
- 6 HJB68—92舰艇电子装备显控台、机箱、机柜通用规范 海军装备部 1992
- 7 SJ/T 10178—91隔振器特性测试 电子部标准化所
- 8 电子设备振动冲击手册 科学出版社